

# UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO

Instituto de Ciências Matemáticas e de Computação

Aprendizado de máquina na previsão da resistência à punção  
de lajes lisas de concreto armado

**Douglas Freitas Augusto dos Santos**

Trabalho de Conclusão de Curso  
MBA em Inteligência Artificial e Big Data

# **UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO**

## **Instituto de Ciências Matemáticas e de Computação**

---

Aprendizado de máquina na previsão  
da resistência à punção de lajes lisas  
de concreto armado

---

*Douglas Freitas Augusto dos Santos*

USP - São Carlos  
2023

Douglas Freitas Augusto dos Santos

## Aprendizado de máquina na previsão da resistência à punção de lajes lisas de concreto armado

Trabalho de conclusão de curso apresentado ao Departamento de Ciências de Computação do Instituto de Ciências Matemáticas e de Computação, Universidade de São Paulo - ICMC/USP, como parte dos requisitos para obtenção do título de Especialista em Inteligência Artificial e Big Data.

Área de concentração: Inteligência Artificial

Orientador: Prof. Dr. Fernando P. dos Santos

USP - São Carlos

2023

Ficha catalográfica elaborada pela Biblioteca Prof. Achille Bassi  
e Seção Técnica de Informática, ICMC/USP,  
com os dados inseridos pelo(a) autor(a)

F866a Freitas Augusto dos Santos, Douglas  
Aprendizado de máquina na previsão de  
resistência à punção de lajes lisas de concreto  
armado / Douglas Freitas Augusto dos Santos;  
orientador Fernando Pereira dos Santos. -- São  
Carlos, 2023.  
85 p.

Trabalho de conclusão de curso (MBA em  
Inteligência Artificial e Big Data) -- Instituto de  
Ciências Matemáticas e de Computação, Universidade  
de São Paulo, 2023.

1. Aprendizado de máquina. 2. Regressão. 3. Laje  
Lisa. 4. Concreto Armado. I. Pereira dos Santos,  
Fernando, orient. II. Título.

## AGRADECIMENTOS

A Agradeço a Deus, por todo cuidado com cada etapa de minha vida, por me permitir realizar sonhos e nunca me desamparar, apesar de todas as dificuldades e atropelos que a vida nos impõe.

A minha amada esposa e filho, que sempre me apoiaram e incentivaram em minha jornada, dando palavras de esperança e motivação, me levando quando estava caindo e me erguendo para os desafios deste mundo.

Àqueles que merecem meu profundo reconhecimento, primeiramente aos meus pais, cuja dedicação e amor incondicionais foram uma fonte constante de inspiração. Eles sempre acreditaram em mim, apoiando-me com investimentos e palavras de encorajamento.

Ao meu orientador, o Professor Dr. Fernando Pereira dos Santos, devo uma dívida de gratidão imensurável. Ele se dispôs a guiar-me neste estudo, analisando-o de maneira crítica, demonstrando uma paciência e dedicação exemplares. Sinto profundo respeito e admiração por sua pessoa e seu profissionalismo.

Por fim, sou grato aos meus professores do MBA, pelo partilhar de seus conhecimentos, sua dedicação e profissionalismo com este curso e todos os acadêmicos.

## RESUMO

SANTOS, D. F. A. **Aprendizado de máquina na previsão de resistência à punção de lajes lisas de concreto armado.** 2023. 93f. Trabalho de conclusão de curso (MBA em Inteligência Artificial e Big Data) – Instituto de Ciências Matemáticas e de Computação, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2023.

As lajes lisas estão suscetíveis a um tipo de ruptura frágil conhecida como punção. Para prevenir essa ruptura abrupta, que pode ocorrer de maneira brusca, é possível adotar várias medidas no estágio de projeto, como aumentar a altura efetiva da laje, a taxa de armadura de flexão, a resistência do concreto, entre outros parâmetros. O objetivo deste estudo é avaliar qual modelo de regressão melhor se ajusta ao conjunto de dados e compará-lo com as normas ACI 318 (2011), EUROCODE 2 (2004) e NBR 6118 (2014). Além disso, busca-se entender a influência das variáveis na previsão da resistência à punção. O dataset utilizado abrange 373 ensaios experimentais de diversos pesquisadores. Foram realizadas análises usando diferentes normas e modelos de aprendizado de máquina. Entre os modelos de aprendizado de máquina avaliados, o modelo polinomial apresentou os melhores resultados, demonstrando um coeficiente de determinação superior em relação às normas e outros modelos de regressão. Além disso, manteve uma previsão consistente da resistência à punção ao longo da aleatoriedade dos dados.

Palavras-chave: Aprendizado de máquina; regressão; laje lisa; concreto armado.

## ABSTRACT

SANTOS, D. F. A. **Machine learning in predicting punching shear resistance of reinforced concrete flat slabs.** 2023. 93 f. Trabalho de conclusão de curso (MBA em Inteligência Artificial e Big Data) – Instituto de Ciências Matemáticas e de Computação, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2023.

Flat slabs are susceptible to a type of brittle failure known as punching. To avoid this abrupt failure, which can occur suddenly, it is possible to adopt several measures at the design stage, such as increasing the effective height of the slab, the flexural reinforcement ratio, the concrete strength, among other interruptions. The objective of this study is to evaluate which regression model best fits the data set and compare it with the ACI 318 (2011), EUROCODE 2 (2004) and NBR 6118 (2014) standards. Furthermore, we seek to understand the influence of variables in predicting puncture resistance. The dataset used covers 373 experimental trials from different researchers. Analyses were carried out using different standards and machine learning models. Among the machine learning models evaluated, the polynomial model presented the best results, demonstrating a superior coefficient of determination in relation to norms and other regression models. Furthermore, it maintained a consistent prediction of puncture resistance throughout the data randomization.

Keywords: Machine Learning;regression;flat slab;reinforced concrete.

## LISTA DE ILUSTRAÇÕES

<b>Figura</b>	<b>Página</b>
Figura 1 – Punção em ligação laje-pilar segundo a NBR 6118 (2014).	31
Figura 2 – Acidentes causados pela ruptura à punção	32
Figura 3– Etapas de desenvolvimento de fissuras de punção. 1) formação de fissura tangencial devido a tensões radiais; 2) formação de fissuras radiais devido as tensões tangenciais; 3) estágio final da ruptura por punção em laje lisa.	35
Figura 4– Modelo de Biela e Tirantes para punção em laje lisa	37
Figura 5 – Comparaçao da taxa de armadura de flexão a) menor taxa e b) maior taxa.	38
Figura 6- Deformações verticais nos pilares da laje R2 de Moe	38
Figura 7- Campo de tensões e distribuição de esforços normais no perímetro de 0,5d do pilar	39
Figura 8- Efeito de escala (sizeeffect) em sapatas com dimensões diferentes.	40
Figura 9 - Modelo para verificação da resistência à punção do ACI 318	41
Figura 10 - Perímetro de controle para o EUROCODE 2	42
Figura 11–Exemplo de árvore de regressão	50
Figura 12–Aplicação da função Kernel	52
Figura 13–Support Vector Regression – linha do hiperplano junto com linhas de limite definidas por +- epsilon	52
Figura 14–Representação de uma Rede Neural MLP	54
Figura 15 – Pairplot das variáveis.	66
Figura 16 –Gráfico violino geometria do pilar x resistência à punção da laje.	67
Figura 17 –Pairplot das variáveis de acordo com a geometria do pilar.	68
Figura 18 –Gráfico joinplot geometria do pilar x resistência à punção da laje.	69
Figura 19 –Contagem de pilares de acordo com sua geometria.	69
Figura 20 –Mapa de calor para valor ausente no conjunto dos dados	70
Figura 21 –Mapa de calor para correlação de Pearson	71
Figura 22 –Mapa de calor para correlação de Spearman	71
Figura 23– Boxplot das variáveis do conjunto de dados	72
Figura 24– Boxplot após o tratamento do conjunto de dados	73
Figura 25– Pairplot do conjunto de dados tratados	73
Figura 26– Boxplot pelo StandardScaler.	74

Figura 27– Boxplot pelo MinMax.	74
Figura 28– Boxplot pelo RobustScaler	75
Figura 29– Modelo de regressão linear múltipla	77
Figura 30– Erro valores	77
Figura 31– Modelo de regressão linear múltipla	78
Figura 32– Modelos de regressão	79
Figura 33– Erro valores	82
Figura 34– Desempenho do R <sup>2</sup> nos modelos de regressão	87
Figura 35– Modelo de regressão com Random state 0.	88
Figura 36– Erro valores e resíduos do modelo polinomial	89
Figura 37– Modelo de regressão polinomial com Random state 23.	90
Figura 38– Mapa de calor da correlação de Pearson para as variáveis do ACI 318	91
Figura 39– Modelo de regressão polinomial variáveis ACI	92
Figura 40– Modelo de regressão polinomial variável d	93
Figura 41– Distribuição das relações experimental pelas normas ACI 318 (2019), NBR 6118 (2014), EUROCODE 2 (2004) e modelo polinomial.	94

## LISTA DE TABELAS

<b>Tabela</b>	<b>Página</b>
Tabela 1 – Hiperparâmetros adotados em cada modelo .....	63
Tabela 2 – Descrição do conjunto de dados .....	70
Tabela 3 – Descrição do conjunto de dados padronizados .....	74
Tabela 4 – Descrição do conjunto de dados normalizados pelo MinMax.....	75
Tabela 5 – Descrição do conjunto de dados normalizados pelo RobustScaler .....	75
Tabela 6–Coeficientes do modelo de regressão .....	76
Tabela 7–Métricas de Avaliação para o modelo de regressão .....	77
Tabela 8–Métricas de Avaliação para os modelos de regressão .....	85
Tabela 9–Métricas de Avaliação do teste para os modelos de regressão .....	86
Tabela 10–Métricas de Avaliação para os modelos de regressão com Random state 0.....	90
Tabela 11–Métricas de Avaliação para os modelos de regressão com Random state 23.....	91
Tabela 12–Métricas de Avaliação para o modelo polinomial variáveis ACI.....	92
Tabela 13–Métricas de Avaliação para o modelo polinomial variável d .....	93

## LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

Nesta seção, serão apresentados algumas abreviaturas e siglas que serão utilizados ao longo desta monografia. Os símbolos não listados aqui terão seus significados explicados quando mencionados no texto.

Símbolo	Significado
ABNT	– Associação Brasileira de Normas Técnicas
ACI	– Instituto Americano do Concreto
AM	– Aprendizado de máquina
ANN	– Artificial Neural Network
EUROCODE	– Normas Europeias
IA	– Inteligência Artificial
Máx	– valor máximo de uma amostra
Md	– mediana de uma amostra
Mín	– valor mínimo de uma amostra
ML	– Machine Learning
NBR	– Norma Brasileira
RNA	– Redes Neurais Artificiais
SVM	– Support Vector Machine
RF	– Random Forest
XGBOOST	– eXtreme Gradient Boosting
SGD	– Stochastic Gradient Descent
GB	– Gradient Boosting

## LISTA DE SÍMBOLOS

Nesta seção, serão apresentados alguns dos símbolos que serão utilizados ao longo desta monografia. Os símbolos não listados aqui terão seus significados explicados quando mencionados no texto.

Ac	–	área da seção transversal de concreto
As	–	área da seção transversal das armaduras de flexão tracionada
C	–	perímetro do pilar de acordo com sua geometria
d	–	altura útil da laje
dg	–	diâmetro máximo do agregado
$\xi$	–	efeito de tamanho (size effect)
fc	–	resistência à compressão do concreto
fys	–	tensão de escoamento da armadura de flexão
$\rho$	–	taxa de armadura de flexão
u0	–	comprimento do perímetro do pilar
u1	–	comprimento do perímetro de controle afastado de uma distância da face do pilar, em função da norma utilizada
Pu	–	carga obtida experimental da punção
Pu/Pteo	–	quociente entre a resistência à punção registrada experimentalmente e a prevista segundo os modelos teóricos

# SUMÁRIO

<b>Capítulo</b>	<b>Página</b>
<b>1 INTRODUÇÃO</b>	<b>31</b>
1.1 JUSTIFICATIVA	32
1.2 OBJETIVOS	33
1.2.1 Objetivo Geral	33
1.2.2 Objetivo Específicos	33
1.3 ESTRUTURA DA MONOGRAFIA	33
<b>2 DIMENSIONAMENTO DE LAJES LISAS À PUNÇÃO</b>	<b>35</b>
2.1 COMPORTAMENTO ESTRUTURAL DAS LAJES LISAS	35
2.2 PARÂMETROS QUE INFLUENCIAM NA RESISTÊNCIA À PUNÇÃO	36
2.2.1 Resistência à Compressão do Concreto	36
2.2.2 Taxa de Armadura de Flexão Tracionada	37
2.2.3 Geometria e Dimensões do pilar	38
2.2.4 Efeito escala ( <i>Size effect</i> )	39
2.3 MÉTODOS PARA ESTIMAR A RESISTÊNCIA À PUNÇÃO	40
2.3.1 Recomendações da norma ACI 318 (2014)	40
2.3.2 Recomendações da norma EUROCODE 2 (2004)	41
2.3.3 Recomendações da norma ABNT NBR 6118 (2014)	42
<b>3 APRENDIZADO DE MÁQUINA</b>	<b>44</b>
3.1 APRENDIZADO DE MÁQUINA	44
3.2 MODELOS DE REGRESSÃO	45
3.2.1 Métodos de Regularização (RIDGE, LASSO E ELASTIC NET)	46
3.2.2 Regressão Robusta	47
3.2.3 Regressão Polinomial	48
3.2.4 Random Forest (RF)	48
3.2.5 eXtreme Gradient Boosting (XGBoost)	50
3.2.6 Support Vector Machine (SVM)	51
3.2.7 Redes Neurais Artificiais (RNAs)	53
3.3 PRÉ-PROCESSAMENTO	55

3.3.1	Limpeza dos dados	55
3.3.2	Transformação de dados categórico-numérico	56
3.4	ANÁLISE DOS DADOS	56
3.4.1	Hiperparametrização e parametrização de algoritmos	56
3.4.2	Métricas de desempenho	57
<b>4</b>	<b>METODOLOGIA</b>	<b>60</b>
4.1	DATASET	60
4.1.1	Metodologia de Coleta do Dataset	60
4.2	ANÁLISE EXPLORATÓRIA DOS DADOS	61
4.3	PROCESSAMENTO DOS DADOS	61
4.3.1	Análise de Regressão com Aprendizado de Máquina	61
4.3.2	Comparativo dos Métodos de Cálculo e Modelos Preditivos	63
<b>5</b>	<b>ANÁLISE DOS RESULTADOS</b>	<b>65</b>
5.1	EDA	65
5.2	PADRORIZAÇÃO E NORMALIZAÇÃO	72
5.3	ANÁLISE DOS MODELOS DE REGRESSÃO	76
5.3.1	Regressão com RandomState 42	76
5.3.2	Regressão com Random State 0	87
5.3.3	Regressão com Random State 23	90
5.4	INFLUÊNCIA DAS VARIÁVEIS ACI 318	91
5.4.1	Influência da variável altura útil	92
5.5	COMPARATIVO NORMATIVO E MODELO PREDITIVO EM ML	93
<b>6</b>	<b>CONCLUSÕES</b>	<b>96</b>
6.1	SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS	96

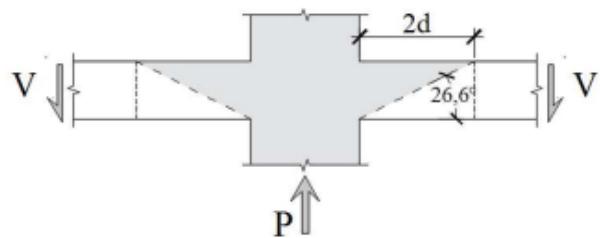
## 1 INTRODUÇÃO

As lajes lisas ou lajes planas, são denominadas desta forma, devido ausência de vigas no sistema estrutural, passando as lajes se apoiarem diretamente sobre os pilares. Este sistema possui diversas vantagens, como a facilidade nas instalações prediais, versatilidade geométrica, diminuição das cargas na fundação, pé esquerdos menores, consequentemente mais andares, entre outros. Mas, como todo sistema apresenta algumas desvantagens, por eliminar os pórticos são mais suscetíveis a instabilidade global, além de serem propícios a um tipo de ruptura denominado punção.

A punção consiste em um modo de ruptura que ocorre em elementos de concreto armado devido a esforços de cisalhamento causados por cargas concentradas transversais ao plano do elemento. Estão sujeitos a esse tipo de ruptura as lajes lisas (apoiadas diretamente sobre os pilares), sapatas e blocos de fundação em geral. O mecanismo de ruptura se caracteriza por uma elevada concentração de tensões e deformações em torno da carga concentrada, que ocasionam a formação de uma superfície de ruptura em forma de cone, conforme ilustrado na Figura 1.

A verificação à punção é de grande importância em projetos estruturais com sistemas de lajes lisas. Geralmente, o procedimento consiste em verificar a resistência à punção das ligações laje-pilar, definida a partir de uma tensão de cisalhamento resistente atuante em uma superfície de controle situada a uma determinada distância das faces do pilar.

Figura 1 – Punção em ligação laje-pilar segundo a NBR 6118 (2014).



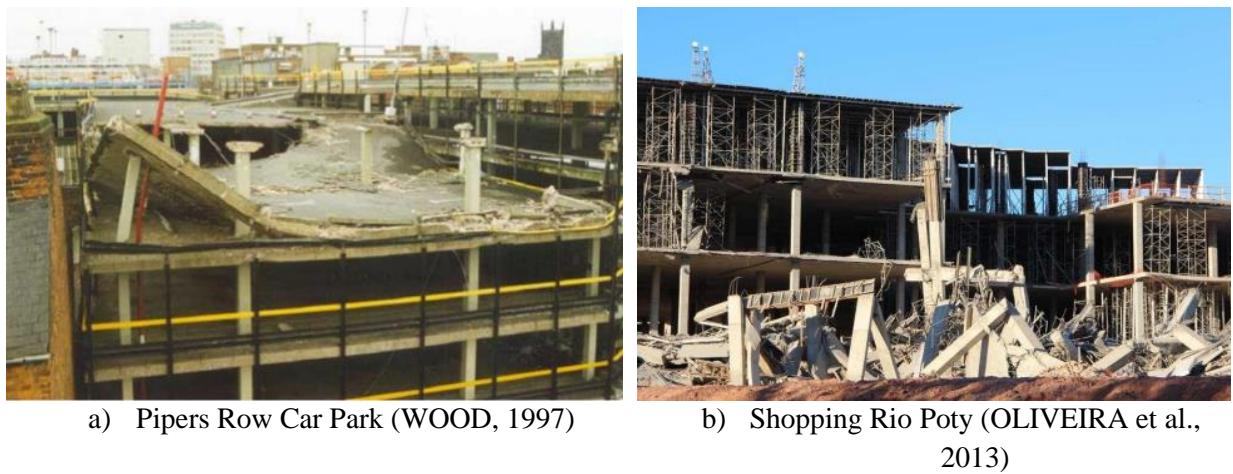
Fonte: NBR 6118 (2014)

De acordo com GUANDALINI (2006), a punção representa um tipo abrupto de falha, caracterizada por cisalhamento, que pode ocorrer como resultado da aplicação de uma carga concentrada em uma área específica, geralmente associada à reação de um pilar ou a uma força concentrada. A resistência à punção de lajes lisas de concreto armado pode ser

sensivelmente afetada por diversos parâmetros, tais como a resistência à compressão do concreto, a taxa de armadura de flexão, bem como as características geométricas e a espessura da laje.

Este tipo de ruptura casou acidentes em alguns lugares pelo mundo a fora, por exemplo, o edifício garagem Pipers Row Car Park – construído em 1965 na cidade de Wolverhapton, Inglaterra – teve o colapso de uma de suas lajes em 1997. De acordo com Wood (1997), um pedaço de 225m<sup>2</sup> da laje superior colapsou devido a ruptura inicial de uma das ligações laje-pilar e que levou outras oito ligações a sofrerem o mesmo efeito posteriormente. Já na cidade de Atlantic City, nos Estados Unidos, em 2003, ocorreu o colapso do Cassino Tropicana, ainda em fase construtiva, levando a quatro vítimas fatais e mais de 30 feridos. Outro grave acidente ocorreu em 2013, com o desabamento de parte da obra do Shopping Rio Poty, em Teresina, PI, conforme apresentado na Figura 2.

Figura 2 – Acidentes causados pela ruptura à punção



### 1.1 Justificativa

A punção tem sido um foco de inúmeros estudos devido aos riscos associados a esse modo de ruptura, incluindo a possibilidade de colapso progressivo. Há uma vasta quantidade de resultados experimentais disponíveis sobre o tema, mas ele continua sendo amplamente debatido na comunidade científica. Vários parâmetros podem afetar a resistência à punção de lajes lisas de concreto e devem ser levados em consideração em estimativas teóricas de projeto, que muitas vezes se baseiam em modelos empíricos desenvolvidos com base em evidências experimentais. Portanto, o uso de aprendizado de máquina para prever a resistência à punção de lajes lisas pode ser uma abordagem interessante, especialmente porque as

formulações normativas são empíricas, e modelos de regressão linear podem ajudar a compreender a influência desses parâmetros e a prever essa resistência com maior precisão.

## 1.2 Objetivos

### 1.2.1 Objetivo Geral

Este estudo tem como objetivo geral analisar o desempenho comparativamente dos critérios normativos de dimensionamento à punção de lajes lisas e modelos de *Machine Learning* (ML), tendo como referência as normas ACI 318 (2014), EUROCODE 2 (2004) e ABNT NBR 6118 (2014), baseando os resultados experimentais disponíveis em dataset.

### 1.2.2 Objetivo Específicos

- Estimar a capacidade resistente de lajes lisas através das normas ABNT NBR 6118 (2014), ACI 318 (2019) e Eurocode (2004), comparando com os resultados experimentais do dataset;
- Analisar a influência dos parâmetros que contribuem na resistência à punção de lajes lisas adotando métodos de aprendizado de máquina baseados em regressão;
- Comparar o desempenho de diferentes modelos de aprendizado de máquina adotados na previsão da resistência à punção;
- Estimar a capacidade resistente utilizando os modelos propostos de regressão linear e redes neurais artificiais, comparando-os com os resultados obtidos experimentalmente;
- Comparar o modelo de regressão que apresentar melhor desempenho com os modelos de cálculo normativos.

## 1.3 Estrutura da monografia

Este estudo está estruturado em seis capítulos. O primeiro capítulo abrange a introdução, justificação e objetivos da pesquisa. O Capítulo 2 inicia com uma descrição do comportamento e dos parâmetros que exercem influência sobre a resistência à punção. Em

seguida, são detalhados os modelos de cálculo propostos pelas recomendações normativas ACI 318 (2014), EUROCODE 2 (2004) e NBR 6118 (2014). O capítulo 3 apresenta uma explanação sobre o conceito de aprendizado de máquina, os diversos modelos de regressão considerados neste estudo e as métricas de desempenho adotadas para a avaliação desses modelos. No capítulo 4, é fornecida uma descrição da metodologia adotada, englobando os métodos de coleta de dados, cálculos e análises. O capítulo 5 concentra-se nas análises realizadas com o conjunto de dados, considerando diferentes recomendações normativas e modelos de regressão. Por último, o capítulo 6 engloba as conclusões do estudo e sugere direções para trabalhos futuros.

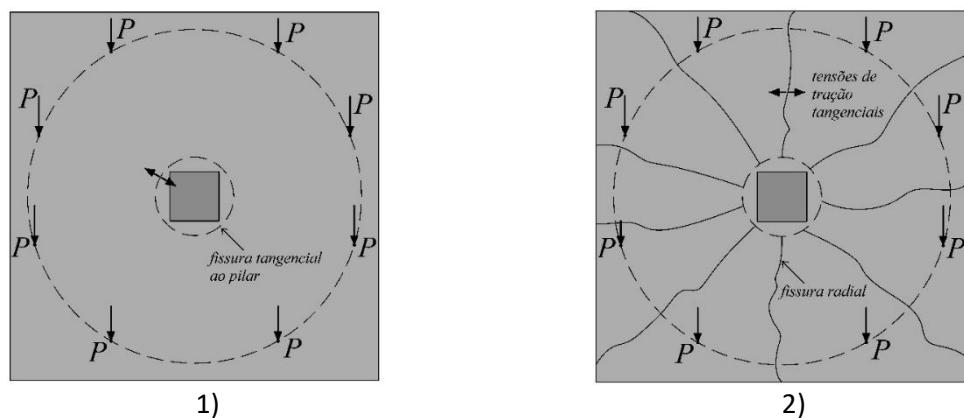
## 2 DIMENSIONAMENTO DE LAJES LISAS À PUNÇÃO

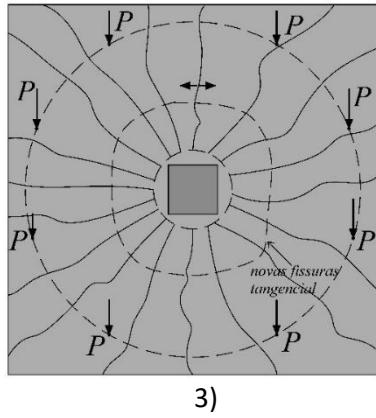
Neste capítulo, abordam-se aspectos relacionados ao comportamento estrutural de lajes lisas, os parâmetros que exercem influência na resistência à punção destas. E por fim, são apresentados modelos para estimar essa resistência, seguindo as diretrizes das normas ACI 318 (2014), EUROCODE 2 (2004) e NBR 6118 (2014).

### 2.1 Comportamento estrutural das lajes lisas

O processo de ruptura por punção em uma laje plana com um pilar central, conforme descrito por HOLANDA (2002), tem seu início quando a laje é submetida a carregamentos, resultando na formação de uma fissura tangencial ao redor do pilar. Essa fissura, corresponde a uma fissura de flexão provocada pelos momentos negativos atuantes na direção radial. À medida que os momentos fletores negativos se desenvolvem na direção tangencial e a carga aplicada à laje aumenta, fissuras radiais começam a se formar. Essas se propagam em direção às bordas da laje devido às tensões de tração tangencial. Próximo a ruptura, surgem fissuras tangenciais mais uma vez, mas em uma região mais afastada da área carregada. Essas fissuras são ocasionadas pelas tensões de flexão e cisalhamento e, eventualmente, levam à ruptura por punção (ver Figura 3). Conforme observado por BROMS (2005), a ruptura por punção apresenta semelhanças com a ruptura por cisalhamento de uma viga, caracterizando-se por uma fissura de cisalhamento que se estende das extremidades do pilar até a face superior da laje, assumindo a forma de um tronco de cone.

Figura 3– Etapas de desenvolvimento de fissuras de punção. 1) formação de fissura tangencial devido a tensões radiais; 2) formação de fissuras radiais devido as tensões tangenciais; 3) estágio final da ruptura por punção em laje lisa.





Fonte: Adaptado de BROMS (2005).

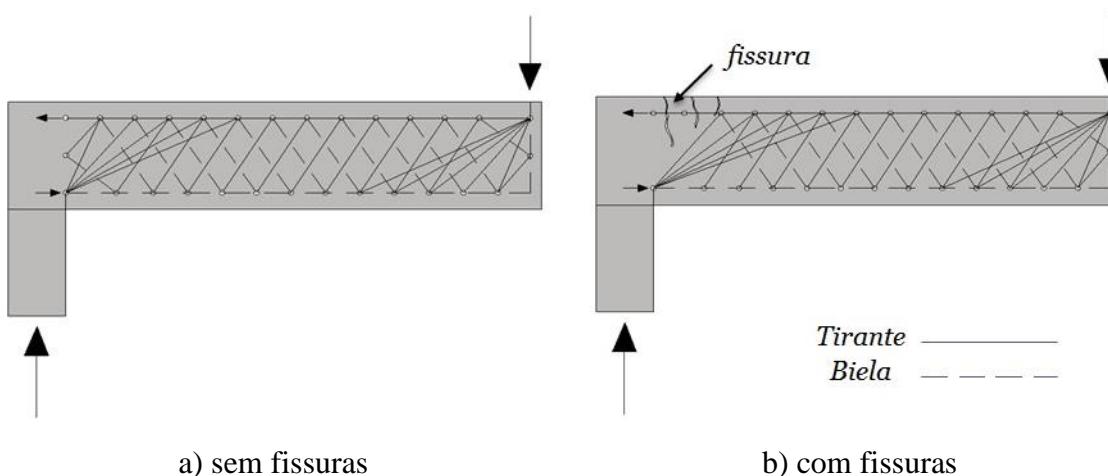
## 2.2 Parâmetros que influenciam na resistência à punção

As evidências experimentais disponíveis apontam que a resistência à punção é principalmente influenciada pela resistência à compressão do concreto ( $f_c$ ), pela taxa de armadura de flexão tracionada ( $\rho$ ), pelas dimensões e geometria do pilar e pelo efeito de escala ( $\xi$ ), que se traduz na redução da tensão resistente ao cisalhamento da laje à medida que a altura útil ( $d$ ) aumenta. Embora o uso de armaduras de cisalhamento tenha se mostrado eficaz ao longo do tempo e tenha várias vantagens comprovadas por diversas pesquisas, é importante observar que este estudo se concentra exclusivamente em lajes planas sem o uso de armadura de cisalhamento.

### 2.2.1 Resistência à Compressão do Concreto

A ruptura à punção de uma estrutura de concreto sem armadura de cisalhamento é influenciada, entre outros fatores, pela resistência à tração do concreto. A resistência à tração torna-se um parâmetro crítico, uma vez que a punção envolve uma ruptura por tração diagonal. Tanto formulações normativas quanto pesquisas experimentais geralmente relacionam a resistência à tração do concreto como uma função de sua resistência à compressão. De acordo com ANDRA e MATTHAEI (2000), à medida que ocorre o aumento das fissuras, os tirantes se rompem gradualmente, resultando na formação de uma angulação, conforme ilustrado na Figura 4.

Figura 4– Modelo de Biela e Tirantes para punção em laje lisa



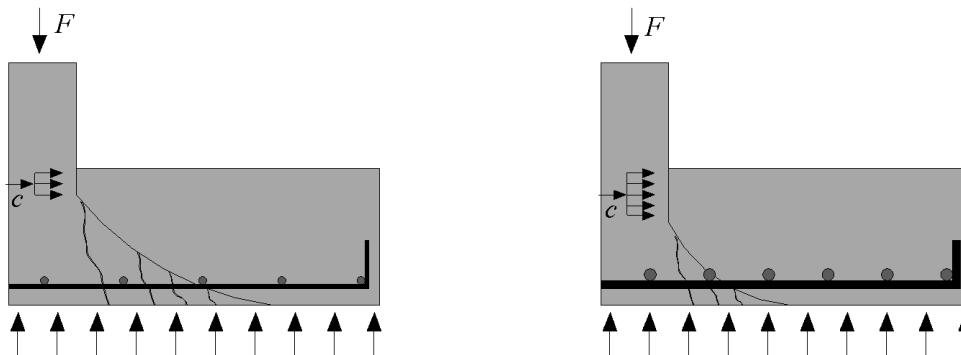
Fonte: ANDRA e MATTHAEI (2000).

### 2.2.2 Taxa de Armadura de Flexão Tracionada

Este parâmetro é definido como a razão entre a área de armadura de flexão tracionada ( $A_s$ ) pela área de concreto ( $A_c$ ), onde a área de concreto é calculada multiplicando a altura útil da laje ( $d$ ) por uma determinada largura. A norma EUROCODE 2 (2004) aborda a contribuição da taxa de armadura de flexão na resistência à punção por meio da raiz cúbica da taxa de armadura. No entanto, a norma sugere que o ganho de resistência à punção é mínimo para taxas de armadura superiores a 2%, algo que a norma brasileira NBR 6118 (2014) não leva em consideração. Tanto o ACI 318 (2014) quanto a norma canadense CSA A23.03 (2004) não incorporam esse parâmetro na estimativa da resistência à punção.

Com base em evidências experimentais, pesquisadores como REGAN (1986) argumentam que a taxa de armadura desempenha um papel importante na estimativa da resistência à punção. Elementos com uma maior taxa de armadura possuem uma zona comprimida expandida, o que resulta em mais concreto sem fissuras capazes de resistir ao cisalhamento, como ilustrado na Figura 5. Além disso, a abertura das fissuras de flexão é reduzida, facilitando a transferência de forças através do engrenamento de agregados e potencialmente aumentando o efeito pino.

Figura 5 – Comparação da taxa de armadura de flexão a) menor taxa e b) maior taxa.



a) Taxa de armadura de flexão menor

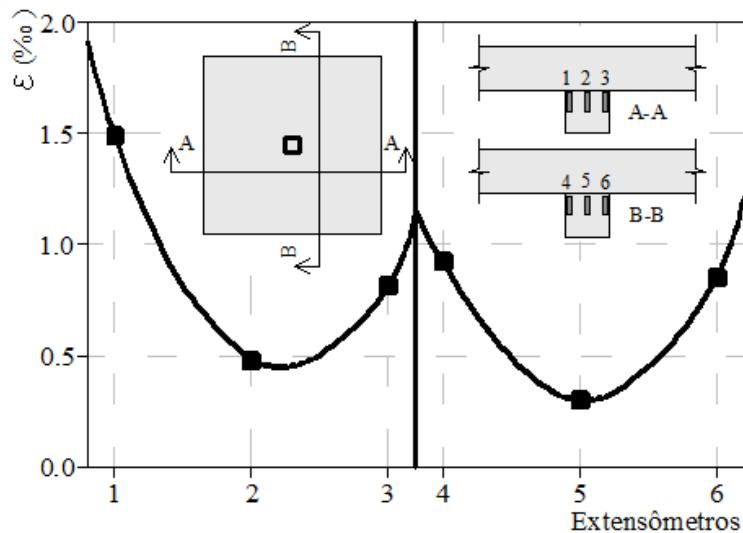
b) Taxa de armadura de flexão maior

Fonte: Adaptado de REGAN (1986).

### 2.2.3 Geometria e Dimensões do pilar

Este parâmetro exerce uma influência significativa na resistência à punção, pois afeta a distribuição das tensões na ligação entre a laje e o pilar. Mesmo que o perímetro de controle aumente com o aumento da seção de um pilar quadrado, MOE (1961) identificou uma concentração de esforços cortantes nos cantos do pilar quadrado ao medir as deformações verticais no pilar, próximo à superfície da laje (ver Figura 6).

Figura 6- Deformações verticais nos pilares da laje R2 de Moe



Fonte: Adaptado de MOE (1961).

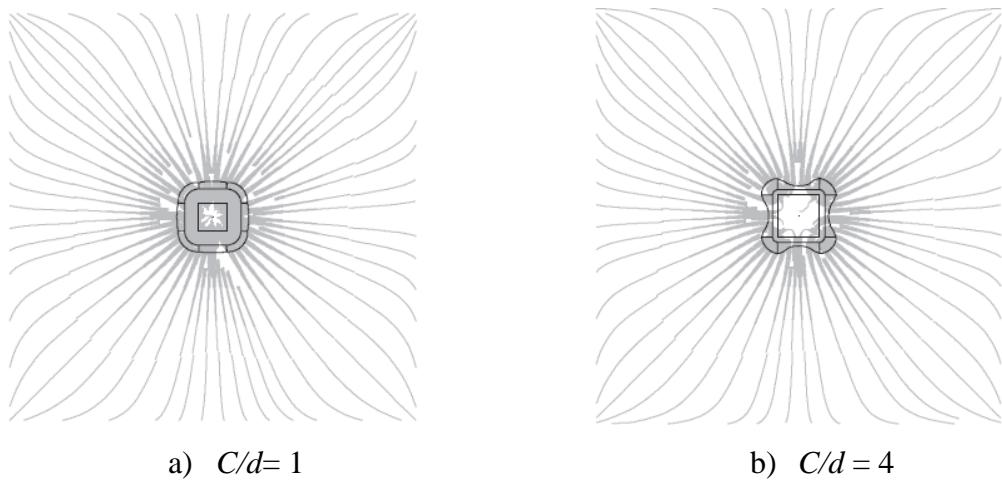
VANDERBILT (1972) conduziu uma série de experimentos envolvendo lajes apoiadas em pilares quadrados e circulares, com o objetivo de avaliar como as dimensões dos

pilares afetam a resistência à punção. O parâmetro principal considerado foi a razão entre o perímetro do pilar e a altura útil da laje ( $u_0/d$ ). Suas observações indicaram que as lajes apoiadas em pilares circulares apresentaram uma maior resistência à tensão cisalhante em comparação com aquelas apoiadas em pilares quadrados de igual perímetro. Essa diferença foi atribuída à distribuição mais uniforme das tensões nas conexões entre a laje e o pilar circular.

HAWKINS et al. (1971) realizaram estudos sobre variações na razão entre o maior e o menor lado do pilar ( $C_{max}/C_{min}$ ) na faixa de 2,0 a 4,3. Suas conclusões indicaram que, quando essa razão excede dois, a tensão nominal de cisalhamento diminui à medida que a razão entre os lados aumenta. Com base nesses resultados, o ACI 318 (2014) considera que o índice de regularidade dos pilares ( $\mu$ ) pode reduzir em mais da metade a tensão nominal de cisalhamento nas proximidades dos pilares.

SAGASETA et al. (2014) realizaram análises computacionais não lineares e observaram que, em lajes com uma relação  $C/d$  igual a 1, a concentração dos esforços nas bordas dos pilares não é tão evidente quanto em lajes com  $C/d$  igual a 4. Isso sugere que o fenômeno tem diferentes graus de influência, dependendo das variações na relação  $C/d$ , como ilustrado na Figura 7.

Figura 7- Campo de tensões e distribuição de esforços normais no perímetro de  $0,5d$  do pilar



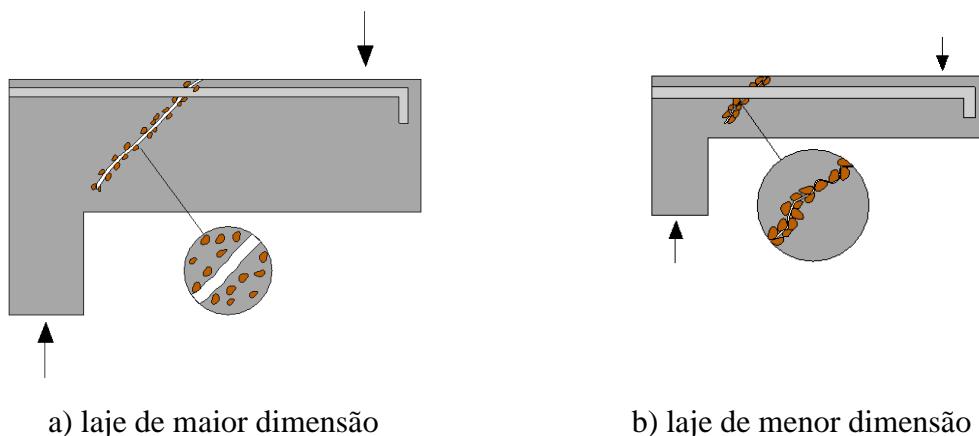
Fonte: SAGASETA et al. (2014)

#### 2.2.4 Efeito escala (*Size effect*)

De acordo com BAZANT (1984), materiais que experimentam ruptura frágil exibem um fenômeno conhecido como efeito de escala, no qual a resistência diminui à medida que o tamanho do elemento é variado. RICHART (1948) foi um dos pioneiros a investigar esse

fenômeno e propor formulações para descrevê-lo. As normas EUROCODE 2 (2004) e NBR 6118 (2014) sugerem que esse parâmetro deve ser estimado usando a fórmula  $1+(200/d)^{1/2}$ . No entanto, a Eurocode impõe um limite de 2,0 para o resultado dessa estimativa de resistência à punção. Essa limitação tem sido objeto de debate entre os pesquisadores, pois argumentam que não há base sólida para impor tal restrição. Por outro lado, a norma CSA 23.03 (2004) recomenda que o efeito de escala seja calculado por meio da fórmula  $1300/(1000+d)$ , com um limite de 1,0. É importante notar que o efeito de escala é influenciado pelo aumento da altura útil da laje; quanto maior o elemento, menor é a contribuição desse parâmetro na resistência à punção, como ilustrado na Figura 8.

Figura 8- Efeito de escala (sizeeffect) em sapatas com dimensões diferentes.



## 2.3 Métodos para estimar a resistência à punção

Nesta seção, são discutidos diversos métodos teóricos disponíveis na literatura para estimar a resistência à punção. Esses métodos foram desenvolvidos com base em evidências experimentais disponíveis na época. Além disso, são apresentados modelos empíricos que são adotados por normas de projeto, incluindo a ACI 318 (2014), o EUROCODE 2 (2004) e a NBR 6118 (2014).

### 2.3.1 Recomendações da norma ACI 318 (2014)

De acordo com o ACI 318 (2014), a análise da resistência à punção em lajes lisas envolve a verificação das tensões de cisalhamento em um perímetro de controle localizado a uma distância  $d/2$  das faces do pilar ou das extremidades da área carregada, conforme ilustrado na Figura 9. A resistência à punção em elementos desprovidos de armadura de

cisalhamento é calculada com base nas Equação 1 a 3, sendo considerado o valor mínimo entre elas.

Figura 9 - Modelo para verificação da resistência à punção do ACI 318



Fonte: ACI 318 (2014).

$$V_{R,c} = \left(1 + \frac{2}{\beta c}\right) \cdot \frac{1}{6} \cdot \sqrt{fc'} \cdot u_1 \cdot d \quad \text{Equação 1}$$

$$V_{R,c} = \left(2 + \frac{\alpha_s \cdot d}{b_0}\right) \cdot \frac{1}{12} \cdot \sqrt{fc'} \cdot u_1 \cdot d \quad \text{Equação 2}$$

$$V_{R,c} = \frac{1}{3} \cdot \sqrt{fc'} \cdot u_1 \cdot d \quad \text{Equação 3}$$

Onde:

$\beta c$  é a razão entre a maior e a menor dimensão do pilar;

$\alpha_s$  é uma constante que assume valor igual a 40 para o caso de pilares internos, 30 para pilares na borda e 20 para pilares no canto.

$fc'$  é a resistência à compressão do concreto, e é limitada em no máximo 69 MPa;

$u_1$  é o comprimento de um perímetro de controle afastado à  $d/2$  da face do pilar;

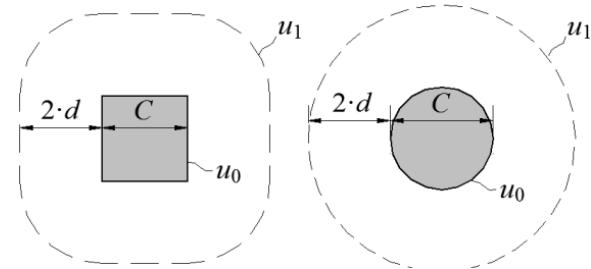
$d$  é a altura útil da laje;

### 2.3.2 Recomendações da norma EUROCODE 2 (2004)

O EUROCODE 2 (2004) recomenda que para verificar a resistência a punção em lajes lisas de concreto armado sem armadura de cisalhamento é necessário fazer um perímetro de controle afastado  $2d$  da face do pilar ou área carregada, sendo o perímetro de controle

determinado conforme ilustrado na Figura 10. Na estimativa da resistência à punção adota-se a Equação 4.

Figura 10 - Perímetro de controle para o EUROCODE 2



Fonte: EUROCODE 2 (2004)

$$V_{R,c} = 0,18 \cdot \xi \cdot (100 \cdot \rho \cdot f'c)^{1/3} \cdot u_1 \cdot d \geq v_{min} \cdot u_1 \cdot d \quad \text{Equação 4}$$

Onde:

$u_1$  é o comprimento do perímetro de controle afastado  $2d$  das faces do pilar;

$d$  é a altura útil da laje.

$$k = 1 + \sqrt{200/d} \leq 2,0$$

$\rho = \sqrt{\rho_x \cdot \rho_y} \leq 2,0$  é a taxa de armadura de flexão tracionada da sapata, onde  $\rho_x$  e  $\rho_y$  são as taxas nas direções x e y, respectivamente. Nos cálculos, devem ser consideradas as barras dentro de uma região afastada  $3d$  das faces do pilar;

$f_c$  é a resistência à compressão do concreto, que segundo o EUROCODE 2 (2004), deve ser menor que 90 MPa, porém respeitando-se os limites estabelecidos pelos anexos de cada país;

Esta norma ainda recomenda a verificação da resistência da biela comprimida próxima das extremidades do pilar, obtido pela Equação 5. Sendo  $u_0$  o perímetro do pilar.

$$V_{R,max} = 0,30 \cdot f'_c \cdot \left(1 - \frac{f'_c}{250}\right) \cdot u_0 \cdot d \quad \text{Equação 5}$$

### 2.3.3 Recomendações da norma ABNT NBR 6118 (2014)

O modelo empírico adotado pela norma brasileira para avaliar a resistência ao cisalhamento em lajes lisas guarda semelhanças com o EUROCODE 2 (2010) para lajes. A

análise da resistência à punção em lajes lisas deve considerar os perímetros de controle:  $u_0$ , para a verificação da resistência à compressão da biela próxima ao pilar, e  $u_1$ , para a verificação da resistência à tração diagonal. As discrepâncias entre os dois modelos são mínimas e podem ser exemplificadas pelo cálculo do size effect, que, na norma brasileira, não é limitado a um valor máximo de 2,0. Além disso, a taxa de armadura de flexão não é restrita e pode exceder 2%.

No caso da Equação 6, a norma brasileira permite um aumento de até 20% no valor de  $V_{max}$  quando se trata de pilares internos, desde que os vãos que se conectam a esse pilar não diferem em mais de 50% e não existem aberturas próximas ao pilar.

$$V_{R,max} = 0,27 \cdot f'_c \cdot \left(1 - \frac{f'_c}{250}\right) \cdot u_0 \cdot d \quad \text{Equação 6}$$

### **3 APRENDIZADO DE MÁQUINA**

Neste capítulo é apresentado os conceitos de Aprendizado de Máquina, um ramo da inteligência artificial, especificamente os algoritmos de regressão. Neste estudo foram utilizados os seguintes modelos de regressão: LINEAR, ROBUST, LASSO, RIDGE, ELASTIC NET, POLYNOMIAL, STOCHASTIC GRADIENT DESCENT, GRADIENT BOOSTING, XGBOOST, RANDOM FOREST, SUPPORT VECTOR MACHINE E REDES NEURAIS ARTIFICIAIS.

#### **3.1 Aprendizado de Máquina**

O aprendizado de máquina (AM) é uma área da inteligência artificial cujo objetivo é identificar padrões em dados fornecidos e usá-los para fazer previsões (MECHELLI et al., 2019).

Nas últimas décadas, com o crescimento da complexidade dos problemas que devem ser tratados computacionalmente e do volume de dados gerados, tornou-se clara a necessidade de ferramentas computacionais mais rebuscadas, que fossem mais independentes, reduzindo, então, a necessidade de intervenção humana (FACELI et al., 2011). Os algoritmos de AM aprendem a induzir uma função ou hipótese capaz de resolver um problema a partir de dados que representam instâncias do problema a ser resolvido. Esses dados formam um conjunto, denominado dataset (conjunto de dados), na engenharia civil é costume denominar banco de dados.

O dataset é formado por valores característicos ou atributos que descrevem seus principais aspectos, também chamados de campos ou variáveis. Para algumas tarefas de aprendizado, um dos atributos é classificado como um atributo de saída (também chamado atributo meta, atributo alvo ou variável dependente), cujo valores podem ser estimados através dos valores dos demais atributos (também chamados atributos previsores ou variáveis independentes) (FACELI et al., 2011).

A forma com que os dados são apresentados gera uma influência sobre qual modelo de algoritmo de AM deve ser utilizado. Eles são divididos principalmente em quatro categorias: aprendizado supervisionado, aprendizado não supervisionado, aprendizado semi-supervisionada e aprendizado por reforço (MOHAMMED et al., 2016).

No aprendizado supervisionado o objetivo é inferir uma função ou mapeamento de dados de treinamento rotulados. Dois grupos ou categorias de algoritmos estão sob o conjunto de aprendizado supervisionado: classificação e regressão, sendo esta última categoria a de interesse deste estudo. Já no aprendizado não supervisionado faltam supervisores, ou seja, os dados não são rotulados. O objetivo é encontrar uma estrutura oculta nestes dados (SARKER, 2021).

No aprendizado semi-supervisionado, os dados fornecidos são uma mistura de dados rotulados e não rotulados. Esta combinação é usada para gerar um modelo apropriado para a classificação/regressão de dados. O alvo do aprendizado semi-supervisionado é aprender um modelo que irá prever classes de dados de teste futuros melhores do que a partir do modelo gerado usando apenas os dados rotulados. Por outro lado, o aprendizado por reforço norteia-se nas observações recolhidas a partir da interação com o meio ambiente para realizar ações que maximizem a recompensa ou minimizem o risco (SARKER, 2021).

Geralmente, a implementação do aprendizado de máquina tem quatro etapas: (a) dividir o banco de dados em conjunto de treinamento e conjunto de teste; (b) aplicar o conjunto de treinamento para ajustar o modelo preditivo; (c) verificar se os requisitos de precisão são atendidos; d) emitir o modelo predito para teste ou ajustar os valores dos hiperparâmetros (SHEN et al., 2022).

### **3.2 Modelos de regressão**

Assim como foi dito anteriormente, o aprendizado supervisionado se divide em duas categorias: classificação e regressão. É importante distingui-las com base em suas características principais. A modelagem de classificação visa estimar uma função que mapeia variáveis de entrada X para saídas discretas, como rótulos ou categorias. Por outro lado, a modelagem de regressão também estima uma função de mapeamento a partir de variáveis de entrada X, mas para uma saída contínua, ou seja, um valor real, inteiro ou de ponto flutuante (BROWNLEE, 2017). Nesta seção, apresentamos os algoritmos usados neste estudo, com foco nos modelos de regressão, que são o principal foco deste trabalho.

A regressão linear é um algoritmo amplamente utilizado em análise preditiva, sendo comum em projetos de previsão. Quando envolve apenas um preditor (variável), denomina-se regressão linear simples, e para várias variáveis preditoras, é chamada de regressão linear múltipla. Em essência, a regressão linear emprega funções preditoras lineares, cujos valores são estimados com base nos dados do modelo. Os modelos lineares são os métodos

paramétricos mais simples e mesmo assim são amplamente adotados na ciência de dados, pois muitos problemas, mesmo aqueles que não são intrinsecamente lineares, podem ser abordados com sucesso por meio desses modelos. Como mencionado anteriormente, a regressão é uma técnica de previsão adequada quando a variável de destino é contínua, e ela encontra diversas aplicações. Portanto, é importante compreender como um modelo linear se ajusta aos dados, suas vantagens e desvantagens, e quando pode ser preferível considerar outras abordagens.

### 3.2.1 Métodos de Regularização (RIDGE, LASSO E ELASTIC NET)

Vários métodos de regressão linear foram desenvolvidos com o propósito de criar modelos regulares. Dentre eles, destacam-se os modelos RIDGE, LASSO e ELASTIC NET.

A abordagem que utiliza métodos de regularização envolve a construção de um modelo que incorpora todos os preditores, porém reduz os coeficientes estimados em relação às estimativas obtidas pelo método dos mínimos quadrados. Esse processo, conhecido como encolhimento, visa reduzir significativamente a variância, porém pode resultar em um aumento no viés do modelo. Dependendo do tipo de regularização aplicada, alguns coeficientes podem ser estimados como exatamente zero, possibilitando a seleção de variáveis (PASSOS, 2014).

Em uma regressão linear, os coeficientes são estimados por meio do ajuste de mínimos quadrados, com objetivo de minimizar a Soma dos Quadrados dos Erros (SEQ), conforme Equação 3.1. Quando se aplica penalização a uma regressão, introduz-se uma penalização nos parâmetros do modelo. Isso é feito com o objetivo de minimizar tanto a SEQ, quanto os valores absolutos dos coeficientes. Geralmente, essa penalização é direcionada aos parâmetros que têm valores muito elevados, evitando que um parâmetro tenha um valor excessivamente alto (PASSOS, 2014).

$$SEQ = \sum_{i=1}^n (Y_i - \hat{Y}_i)^2 \quad \text{Equação 3.1}$$

A regressão Ridge, também conhecida como penalização L2, implica na penalização dos coeficientes de forma quadrática, visando reduzir a Soma dos Quadrados dos Erros (SEQ) (conforme Equação 3.1) enquanto busca estimativas de coeficientes que se ajustem bem aos dados.

Em comparação com o método de mínimos quadrados, a vantagem da regressão Ridge está diretamente relacionada à compensação entre viés e variância. No caso de mínimos quadrados, as estimativas têm baixo viés, mas podem sofrer de alta variância, o que significa que pequenas variações nos dados de treinamento podem resultar em grandes alterações nas estimativas dos coeficientes. A regressão Ridge é mais eficaz em situações em que as estimativas de mínimos quadrados têm alta variância. É importante notar que, ao contrário de alguns métodos que selecionam modelos contendo apenas um subconjunto dos preditores, a regressão Ridge inclui todos os preditores no modelo final, o que pode ser visto como uma desvantagem desse método (HASTIE et al., 2013).

Conforme descrito por KULAIF (2014), o método de Regressão Ridge penaliza a norma  $\ell_2$  do vetor  $w_k$ . Em contrapartida, o LASSO utiliza a norma  $\ell_1$  do vetor  $w_k$  em vez da norma  $\ell_2$ . Isso resulta em uma seleção de coeficientes de regressão, que, no contexto deste estudo, se traduz em ativações de neurônios na camada intermediária. O LASSO zerará os coeficientes menos relevantes para a tarefa de regressão, como demonstrado na Equação 3.2.

$$\min_{w_k} \|Hw_k - s_k\|_2^2 + c_k \|w_k\|_1 \quad \text{Equação 3.2}$$

O ELASTIC NET surgiu como uma abordagem intermediária entre o RIDGE e o LASSO. Inicialmente, a ELASTIC NET foi desenvolvida para resolver o problema do LASSO, que não lida bem com a multicolinearidade entre os regressores (ZOU e HASTIE, 2005). O ELASTIC NET lida com a previsão de grupos de variáveis correlacionadas, superando uma limitação do LASSO, que tende a selecionar arbitrariamente uma variável entre as altamente correlacionadas.

ELASTIC NET é uma combinação convexa de RIDGE, com a penalização da norma  $\ell_2$ , e de LASSO, com a penalização da norma  $\ell_1$ , como é possível observar na formulação da Equação 3.3, onde  $\alpha \in [0, +1]$ .

$$\min_{w_k} \|Hw_k - s_k\|_2^2 + c_k \left[ (1 - \alpha_k) \|w_k\|_2^2 + \alpha_k \|w_k\|_1 \right] \quad \text{Equação 3.3}$$

### 3.2.2 Regressão Robusta

Dado que é comum encontrar outliers em conjuntos de dados, a escolha de implementar algoritmos de regressão robustos para modelagem pode ser considerado uma

decisão sensata. Essa abordagem também pode ser necessária quando se sabe que os resíduos não seguem uma distribuição normal ou têm uma distribuição desconhecida (SUSANTI et al., 2014). Huber e Ronchetti (2009, p. 8) mencionam que um dos objetivos do uso de métodos robustos “é resguardar contra desvios das suposições, em particular contra aqueles que estão próximos ou abaixo dos limites de detectabilidade”.

### 3.2.3 Regressão Polinomial

Segundo SALEH (2022) a regressão polinomial é uma técnica baseada em um truque que permite o uso de modelos lineares mesmo quando o conjunto de dados possui fortes não linearidades. A ideia é adicionar algumas variáveis extras calculadas a partir das existentes e usando apenas combinações polinomiais (Equação 3.4).

$$y_k = \alpha_0 + \sum_{i=1}^m \alpha_i x_k^i + \sum_{j=m+1}^m \alpha_j f_{pj}(x_k^1, x_k^2, \dots, x_k^m) \quad \text{Equação 3.4}$$

Na expressão anterior, todo  $f_{pj}(\bullet)$  é uma função polinomial de um único recurso. Por exemplo, com duas variáveis, é possível estender para um problema de segundo grau transformando o vetor inicial (cuja dimensão é igual a  $m$ ) em outro de maior dimensionalidade (cuja dimensão é  $k > m$ ):

$$x = (x_1, x_2) \rightarrow x_t = (x_1, x_2, x_1^2, x_2^2, x_1, x_2) \quad \text{Equação 3.5}$$

### 3.2.4 Random Forest (RF)

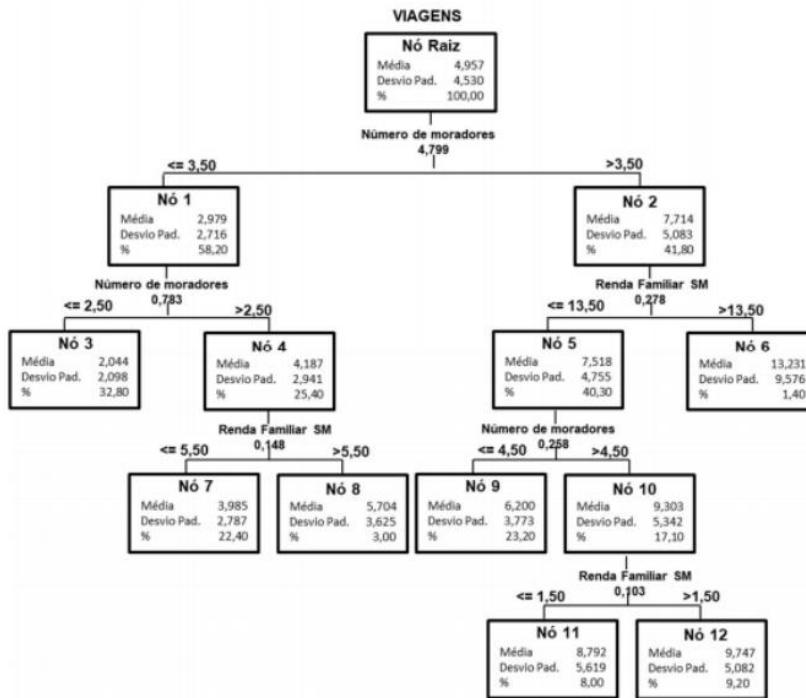
As árvores de decisão, conhecidas como "decision trees," apresentam uma limitação que as torna menos ideais para tarefas de aprendizado preditivo, que é a sua tendência à imprecisão. Nesse contexto, o algoritmo Random Forest surge como uma abordagem aprimorada em relação às árvores de decisão, pois combina múltiplas árvores para criar um modelo mais preciso e robusto. A ideia fundamental por trás do Random Forest, ou "floresta aleatória," consiste em criar um conjunto de árvores de decisão que são treinadas em diferentes subconjuntos dos dados e, posteriormente, combinar as previsões dessas árvores para produzir uma previsão final (HASTIE, TIBSHIRANI e FRIEDMAN, 2013).

A Floresta Aleatória é um dos algoritmos mais amplamente utilizados em aprendizado supervisionado devido à sua simplicidade em tarefas de classificação e regressão. Trata-se de um ensemble, ou seja, envolve a combinação de vários classificadores para melhorar os resultados. O algoritmo opera criando amostras aleatórias a partir do conjunto de treinamento, em que cada nova árvore é gerada usando uma amostra aleatória e um subconjunto aleatório de atributos. Dentre esses atributos aleatórios, é selecionado um atributo mais representativo para ser utilizado como critério de decisão. Esse procedimento resulta em uma grande diversidade de árvores, o que geralmente leva à criação de modelos mais robustos (OSHIRO, 2013).

De acordo com BREIMAN (2001), o criador do algoritmo, o Random Forest é eficaz tanto em tarefas de classificação quanto de regressão. Ele se baseia na utilização de várias árvores de decisão e no conceito de bagging (bootstrap aggregating) para melhorar a precisão e mitigar o overfitting. O bagging envolve a amostragem dos dados para criar diversos subconjuntos a partir do conjunto de treinamento original. Ao treinar cada árvore em um subconjunto diferente dos dados e combinar as decisões de cada árvore, a Floresta Aleatória é capaz de melhorar a precisão do modelo.

A Figura 11 ilustra a estrutura de uma Árvore de Decisão (AD). Inicialmente, a AD é composta pelo nó raiz, que representa o ponto mais elevado na hierarquia da imagem. A partir desse nó raiz, ocorre a ramificação para os nós filhos. Os nós que não têm filhos são denominados nós folha ou terminais (LIMA e AMORIM, 2020). Cada nó, ou retângulo apresentado na figura, contém uma pergunta. O fluxo dos dados ocorre em direção às folhas, partindo da raiz, e cada folha oferece uma decisão ou rótulo.

Figura 11–Exemplo de árvore de regressão



Fonte: PIANUCCI e PITOMBO (2019)

### 3.2.5 eXtreme Gradient Boosting (XGBoost)

O XGBOOST é um algoritmo de aprendizado de máquina que se baseia no método de gradient boosting e é aplicável tanto a tarefas de classificação quanto de regressão. Esse modelo utiliza árvores de decisão que são agregadas por meio das técnicas de bagging e boosting. No método de bagging, são gerados subconjuntos de árvores de decisão, que são combinados para fazer previsões. Essas árvores são construídas a partir de amostras bootstrap do conjunto de dados original, como descrito por (JAMES et al., 2009). No entanto, mesmo com a utilização de diferentes amostras para criar árvores distintas, os subconjuntos tendem a ser semelhantes. Para mitigar esse problema, apenas um subconjunto das características do modelo é utilizado na construção de cada árvore, de forma semelhante ao que ocorre em uma RF. A decisão final é obtida pela agregação das saídas de várias árvores de decisão, conforme mencionado por (CHEN e GUESTRIN, 2016).

O método boosting, por sua vez, é introduzido no algoritmo através da construção inicial de uma árvore com alto viés e baixa variância, ou seja, com um alto grau de overfitting. Posteriormente, as árvores subsequentes são construídas de maneira a aprimorar a árvore anterior, reduzindo gradualmente o overfitting a cada iteração do processo de ajuste. É a combinação dessas técnicas que permite ao XGBOOST operar eficazmente com grandes

volumes de dados, usando menos recursos computacionais em comparação com outros modelos. Essa abordagem é amplamente adotada por cientistas de dados para alcançar resultados de alta qualidade em diversos desafios de aprendizado de máquina (CHEN e GUESTRIN, 2016).

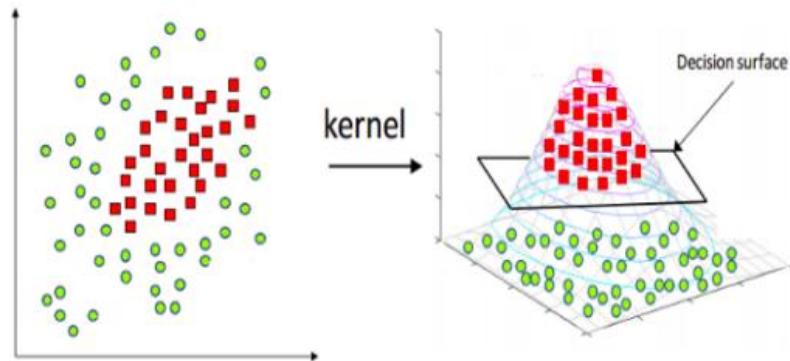
### 3.2.6 Support Vector Machine (SVM)

O princípio das Máquinas de Suporte Vetoriais ou *Support Vector Machine* (SVM) consiste em encontrar um hiperplano ótimo que separe membros e não-membros de uma classe em um espaço abstrato, denominado featurespace. Nesse espaço, as classes presentes no conjunto de treinamento se tornam linearmente separáveis, e o hiperplano ótimo é definido como aquele para o qual a margem de separação entre elas é maximizada. Uma propriedade importante das SVM está na utilização de kernels. Os kernels são produtos internos das coordenadas de dois vetores, e são utilizados para construção do hiperplano ótimo no featurespace sem a necessidade de considerar a forma explícita desse, geralmente bastante complexa (HAYKIN 1999).

Segundo DOSUALDO e REZENDE (2003) alguns exemplos de kernel utilizados são: o polinomial, o radial e o sigmoidal. Algumas vantagens apresentadas pelas SVM são: trabalham bem quando o conjunto de dados possui uma alta dimensão; costumam apresentar uma alta precisão na predição de valores; não existe o risco de encontrarem mínimos locais, um problema que ocorre bastante quando se trabalha com redes neurais artificiais. Uma desvantagem apresentada pelas SVM é que os modelos fornecidos não são facilmente comprehensíveis ao ser humano.

Segundo (CORTES; VAPNIK, 1995) citado por (FILHO, 2020) algoritmo *Support Vector Machines* (SVM) é um classificador utilizado em problemas que buscam classificar dois grupos. Para atingir esse objetivo, o SVM implementa um modelo que recebe vetores que não são mapeados linearmente e os projeta em uma dimensão mais alta a fim de que possam ser mapeados linearmente, garantindo uma decisão. Para que isso ocorra é necessária uma função chamada de kernel para manipular os dados com um conjunto de funções matemáticas usadas no SVM, a qual geralmente transforma o conjunto de dados de treinamento de forma que uma superfície de decisão não linear seja capaz de se transformar em uma equação linear em um número maior de espaços dimensionais (BARAIK, 2020). A seguir é demonstrado pela Figura 12 a aplicação da função kernel e a projeção de uma dimensão acima para encontrar a superfície de decisão.

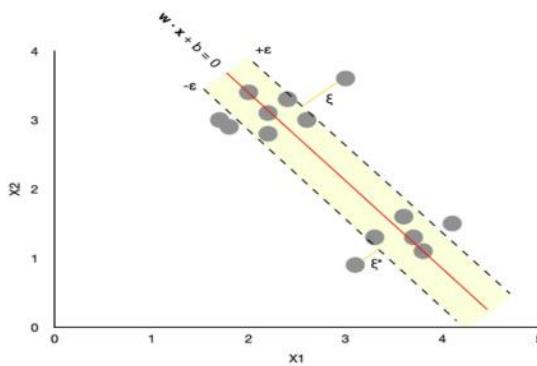
Figura 12–Aplicação da função Kernel



Fonte: JAIN (2017)

Às vezes, no entanto, pode ser impossível separar as duas classes corretamente, ou pode-se ter alguns valores discrepantes, também chamados de outliers, que estão dentro da margem. Quaisquer pontos classificados incorretamente ou pontos dentro da margem seriam penalizados. É aqui que entra o valor “folga”, denotado pela letra grega  $\xi$ . O Support Vector Regressor (SVR) se diferencia em alguns aspectos, de uma maneira simplificada é imaginar um tubo com uma função estimada (iperplano) no meio e limites de cada lado definidos por  $\epsilon$ . O objetivo do algoritmo é minimizar o erro identificando uma função que coloque mais dos pontos originais dentro do tubo e, ao mesmo tempo, reduza a “folga” como pode ser observado na Figura 13 (DOBILAS, 2020).

Figura 13–Support Vector Regression – linha do hiperplano junto com linhas de limite definidas por  $+\epsilon$  e  $-\epsilon$



Fonte: DONILAS (2020)

O SVM é conhecido como um dos classificadores mais poderosos, no entanto, pode apresentar uma alta complexidade de treinamento conforme o número de padrões, podendo ser limitado para grandes conjuntos de dados. Já o SVR possui a desvantagem de apresentar sensibilidade a ruídos e outliers (KIM et al., 2020).

### 3.2.7 Redes Neurais Artificiais (RNAs)

SARACOGLU (2008) apresenta as redes neurais artificiais (RNAs) como algoritmos que têm elementos de processamento semelhantes a neurônios biológicos, chamados de nós ou neurônios artificiais e conectados uns aos outros por ponderação. Os pesos para essas ponderações em cada conexão são ajustados dinamicamente até que a saída desejada seja gerada para uma determinada entrada.

Segundo DOSUALDO e REZENDE (2003) Redes Neurais Artificiais (RNAs) são modelos computacionais inspirados no cérebro humano. Elas são compostas por várias unidades de processamento (neurônios), interligadas por um grande número de conexões (sinapses).

PETERMANN (2006) apresenta as funções básicas dos neurônicos, são elas: avaliar valores de entrada; calcular o total para valores de entrada combinados; comparar o total com um valor limiar; determinar o que será a saída.

BOSCARIOLLI et al. (2008) declara que a arquitetura de redes neurais MLP (Multi-LayerPerceptron) consistem em uma especificação do número de camadas, tipos de função de ativação de cada unidade e pesos de conexões entre as diferentes unidades que devem ser definidas para a construção desta arquitetura neural. As redes construídas ocorrem por múltiplas entradas e saídas, onde as saídas dependem das funções de transferência dos pesos sinápticos que são ajustados pelo algoritmo de aprendizado, que ocorre com uso de um conjunto de padrões, conjunto de pares de entrada e saída ( $X, y$ ) que definem, através de exemplos, o sistema a modelar.

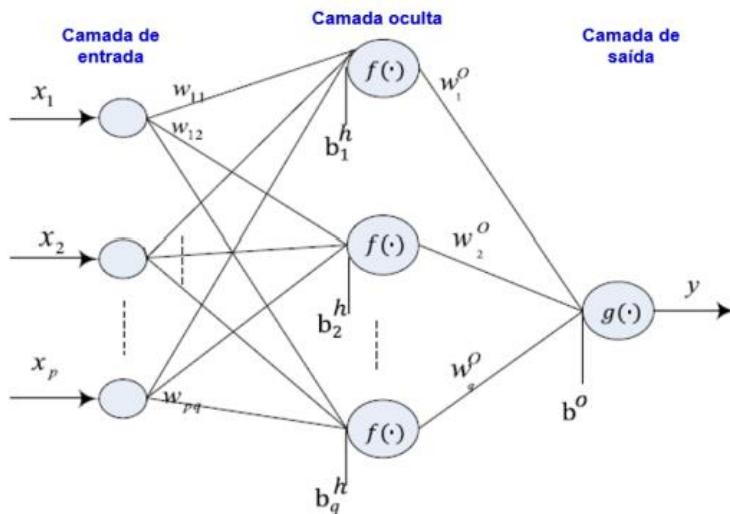
Segundo FENG et al. (2020) a MLP possui três tipos de camadas, sendo estas, as de entradas, ocultas e de saídas. A atribuição dessa rede é aprender uma função de ativação linear a partir de um conjunto de entradas e saídas para solucionar problemas de classificação ou regressão.

A grande vantagem das RNAs sobre os outros métodos é que elas não são restritas à um único atributo de saída, como acontece na maioria dos casos. Portanto, podem ser realizadas várias regressões em uma RNA. Além disso, as RNAs são conhecidas pela alta

precisão na predição dos valores e são robustas diante de dados com ruído. Porém, as RNAs também apresentam algumas desvantagens. A primeira é que, dependendo do modelo de rede e do algoritmo de aprendizado, as redes neurais podem apresentar lenta convergência para uma solução. Isso porque a rede pode precisar ser treinada até que os pesos estejam corretos de modo a fornecer a saída esperada. Outra desvantagem é que as soluções por ela fornecidas não são facilmente interpretadas pelos usuários, pois o conhecimento está embutido nos pesos e conexões da rede DOSUALDO e REZENDE (2003).

Na Figura 14 é ilustrado uma rede neural MLP de três camadas, onde a camada de entrada são dos dados de entrada de cada variável  $x$ , o  $W_I = [w_1^I, w_2^I, \dots, w_q^I]$  e  $W_o = [w_1^o, w_2^o, \dots, w_q^o]$  são, respectivamente, as matrizes de pesos de entrada e saída, enquanto  $B^h = [b_1^h, b_2^h, \dots, b_q^h]$  é o vetor de polarização da camada oculta,  $b^o$  é a polarização da camada de saída, e as funções  $f$  e  $g$  correspondem às funções de ativação das camadas oculta e de saída, nesta ordem (ZHANG, SUN e WU, 2019).

Figura 14—Representação de uma Rede Neural MLP



Fonte: ZHANG, SUN E WU (2019)

O algoritmo de aprendizado profundo (deeplearning) é baseado em uma rede neural artificial de alimentação em várias camadas que é treinada utilizando aprendizado de propagação revresa (back-propagation).

LECUN et al. (2015) afirmam que o uso de aprendizado profundo permite modelos computacionais compostos de múltiplas camadas de processamento aprenderem representações de dados com múltiplos níveis de abstração. Além disso, os autores declararam

que o aprendizado profundo utiliza backpropagation para indicar como uma máquina deve alterar seus parâmetros internos que são usados para calcular a representação em cada uma das camadas anteriores.

### **3.3 Pré-processamento**

Os valores dos atributos de um conjunto de dados podem ser numéricos ou simbólicos. Podem ainda estar limpos ou conter ruídos e imperfeições, com valores incorretos, inconsistentes, duplicados ou ausentes, os atributos podem ser independentes ou relacionados. Desta forma, técnicas de pré-processamento de dados são frequentemente utilizadas para melhorar a qualidade dos dados por meio da eliminação ou minimização dos problemas citados. Essa melhora pode facilitar o uso de técnicas de AM, levar à construção de modelos mais fiéis à distribuição real dos dados. Neste item são apresentadas algumas técnicas, de forma resumida, para pré-processamento que foram adotadas neste estudo.

#### **3.3.1 Limpeza dos dados**

Conjunto de dados podem também apresentar dificuldades relacionadas à qualidade dos dados. Algumas dificuldades encontradas são dados ruidosos (que possuem erros ou valores que são diferentes do esperado), inconsistentes (que não combinam ou contradizem valores de outros atributos do mesmo objeto), redundantes (quando dois ou mais objetos têm os mesmos valores para dois ou mais objetos) ou incompletos (com ausência de valores para alguns dos atributos em parte dos dados). Dados inconsistentes, redundantes ou com valores ausentes são de fácil detecção. A principal dificuldade está na detecção de dados ruidosos (FACELLI et al., 2011).

Dados com ruídos são dados que contêm objetos que, aparentemente, não pertencem à distribuição que gerou os dados analisados (HAN e KAMBER, 2000). Os dados com ruídos podem levar a um superajuste do modelo utilizado, pois o algoritmo que induz o modelo pode se ater às especificidades relacionadas aos ruídos, em vez da distribuição que gerou os dados. Por outro lado, a eliminação destes dados, podem levar à perda de informação importante, e fazer com que algumas regiões do espaço de atributos não sejam consideradas no processo de indução de hipóteses. Um indicador da possível presença de ruído é a existência de outliers, que são valores que estão além dos limites aceitáveis ou são muito diferentes dos demais

valores observados para o mesmo atributo, representando, por exemplo, exceções raramente vistas (FACELLI et al., 2011).

### 3.3.2 Transformação de dados categórico-numérico

Técnicas como RNAs, SVM e vários algoritmos de agrupamento lidam apenas com dados numéricos. Assim, quando o conjunto de dados apresentar atributos simbólicos, os valores desses atributos devem ser convertidos para valores numéricos. Recursos numéricos fornecem melhor desempenho em algoritmos de classificação e regressão.

As técnicas de aprendizado de máquina, em sua maioria, não podem suportar apenas variáveis categóricas, desta forma, são comumente codificadas usando One-hot Encoding (OHE) (HUANG, 1997). Já CHEN (2016) indica que em muitas tarefas tradicionais de mineração de dados, o OHE é amplamente usado para converter características categóricas em características numéricas. OHE transforma uma única variável com n observações e d valores distintos, em d variáveis binárias com n observações cada. Cada observação indica a presença 1 ou ausência 0 da d-ésima variável binária.

## 3.4 Análise dos dados

### 3.4.1 Hiperparametrização e parametrização de algoritmos

No aprendizado de máquina existem os conceitos de parâmetro e hiperparâmetro de algoritmo. O primeiro diz respeito aqueles que podem ser ajustados durante o processo de aprendizagem e execução do modelo, como exemplo, o peso de neurônios em redes neurais. O segundo refere-se aos parâmetros que devem ser estimados anteriormente ao treinamento, isto é, as configurações do algoritmo, como, taxa de aprendizado, função de ativação, número de estimadores, entre outros (YANG e SHAMI, 2020).

O desempenho dos modelos preditivos é influenciado pelos métodos de otimização empregados na aprendizagem. A otimização dos hiperparâmetros, também conhecida por parametrização de algoritmo, será responsável por aperfeiçoar a estrutura e precisão do modelo de previsão (SUN et al., 2020).

Existem uma grande variedade de método de parametrização de algoritmos como a busca exaustiva em grades (Grid Search), busca aleatória de parâmetros, otimização

bayesiana, redução sucessiva, entre outros. Entre os métodos apresentados o grid search é um dos mais conhecidos, sendo o que será adotado neste estudo.

O método grid search consite na determinação do melhor hiperparametro por meio da avaliação intervalo de grade, testando todas as combinações possíveis no espaço de pesquisa pré-determinado. Essa técnica possui a vantagem de fácil implementação, porém, demanda muito tempo e perde eficiência à medida que a dimensão do espaço de pesquisa aumenta, pois o número de pontos de grade cresce em ritmo exponencial, de modo que torna inviável sua aplicação para casos de alta dimensionalidade (YOO, 2019).

Overfitting é o superajuste aos dados. Em outras palavras, o superajuste ocorre quando a hipótese se ajusta muito bem ao conjunto de dados utilizado durante o treino, mas se mostra ineficaz na predição de novos exemplos. Neste caso, também é dito que a hipótese memorizou ou se especializou no conjunto de treinamento (FACELI et al., 2011).

Em alguns algoritmos como o XGBOOST, é possível evitar o overfitting com o ajuste de hiperparâmetros, pois alguns deles acabam melhorando a variedade de árvores criadas pelo modelo. Contudo, o verdadeiro foco do ajuste de parâmetros é encontrar uma configuração capaz de potencializar o desempenho do algoritmo utilizado. Uma das técnicas mais famosas de tunagem de hiperparâmetros é o grid search, que utiliza conjuntos de valores pré-estabelecidos de cada parâmetro para realizar uma análise combinacional e encontrar a melhor configuração possível (FACELI et al., 2011).

### 3.4.2 Métricas de desempenho

As métricas de desempenho são utilizadas com o objetivo de avaliar os algoritmos de aprendizado de máquina, para os algoritmos de regressão são comuns as métricas de erro médio absoluto, erro médio quadrático, erro mediano absoluto e coeficiente de determinação (AGWU et al., 2021).

O erro médio absoluto (MAE) é expresso pela equação. Ele representa a razão entre o somatório de todos os erros e o número de pontos, cujo erros correspondem a distância de cada ponto à regressão. Para que um modelo preditivo seja perfeito, o MAE deve ser zero.

$$MAE = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n |Y_i - X_i| \quad \text{Equação 3.6}$$

Onde,

n: número de dados;

Y e X são, respectivamente, os valores previstos e reais.

O erro médio quadrático (MSE) tem como base o mesmo princípio do MAE, no entanto, leva em consideração o quadrado da distância e quanto menor seu valor, melhor será a previsão realizada pelo modelo. A sua expressão pode ser vista na Equação.

$$MSE = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (Y_i - X_i)^2 \quad \text{Equação 3.7}$$

É uma medida de desvio da diferença entre o valor real e o valor previsto. O RMSE tem a mesma unidade de medida do atributo alvo, tornado mais fácil mensurar a exatidão da predição. Por isso, RMSE é a medida de erro mais comumente empregada em métodos de regressão (FACELI et al., 2011). Sua fórmula é apresentada na Equação.

$$RMSE = \sqrt{\sum_{i=1}^n \frac{(Y_i - h(X_i))^2}{n}} \quad \text{Equação 3.8}$$

Onde,

$Y_i$  é o valor real da variável;

$h(X_i)$  é o valor estimado pelo modelo preditivo.

O objetivo com esta medida é aproximar o valor de 0, pois quanto mais próximo de zero menor é a distância do ponto real com o ponto de predição. Esta medida expressa o erro médio do modelo preditivo comparado com os dados reais.

Enquanto as três métricas anteriores apontam o quão distantes os dados estão da regressão, o coeficiente de determinação ( $R^2$ ) demonstra o grau de correlação entre as variáveis, ou seja, uma medida estatística de quão próximos os dados estão da linha de regressão ajustada. A Equação representa sua expressão matemática.

$$R^2 = \left( \frac{\sum_{i=1}^n (A_i - \bar{A}_i) (M_i - \bar{M}_i)}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (A_i - \bar{A}_i)^2 \sum_{i=1}^n (M_i - \bar{M}_i)^2}} \right)^2$$
Equação 3.9

Onde,

$M_i$  e  $A_i$  são valores previsto e real, respectivamente;  
 $\bar{M}_i$  e  $\bar{A}_i$  são suas médias.

Valores de  $R^2$  no intervalo de 0,7 a 0,9 descrevem uma alta correlação, enquanto entre 0,0 e 0,3 a correlação é irrelevante.

## 4 METODOLOGIA

Na metodologia é apresentado os métodos adotados para a obtenção dos resultados a fim de responder os objetivos traçados. Desta forma, esse capítulo segue o pré-processamento, coleta do banco de dados, análise exploratória, os modelos e hiperparâmetros adotados na análise de regressão, o método adotado na verificação da confiabilidade, as análises experimentais e numéricas computacionais.

### 4.1 Dataset

O dataset pode apresentar dificuldades relacionadas à qualidade dos dados, tais como, dados ruidosos, inconsistentes, redundantes ou incompletos. Como a previsão dos modelos ocorrem por meio dos dados, a sua qualidade precisa ser considerada, compreender os dados que estão sendo estudados e realizar uma análise criteriosa, garante um modelo confiável. A existência de ruído é percebida pela presença de outliers, e os mesmos são analisados para verificar a influência que geram na previsão dos modelos de regressão e métodos de cálculo.

#### 4.1.1 Metodologia de Coleta do Dataset

O dataset foi obtido no Kaggle, através da url: <https://www.kaggle.com/datasets/jrsuri/punching-shear-of-flat-concrete-slabs>, disponibilizado por Júnior Suriano. Ele declara que o arquivo original é um banco de dados criado pelo The American Concrete Institute Committee 445C com resultados experimentais de 519 lajes planas ensaiadas por diversos autores desde 1938. Os dados foram filtrados por ele para lajes que romperam apenas por punção e algumas das lajes no conjunto de dados original não falharam por esse mecanismo, obtendo após a filtragem 417 ensaios.

Dos 417 ensaios do dataset disponilizado por ele, foi realizado um tratamento preliminar para reduzir a dimensionalidade do problema, considerando apenas as variáveis mais relevantes que foram utilizadas em outros estudos sobre o assunto, como trabalhos dos autores Júnior e Gomes (2023) e Lu et al. (2020), bem como de acordo com a correlação de Pearson. As variáveis de entrada selecionadas foram: altura útil da laje (davg), perímetro do pilar (C), resistência à compressão do concreto (fc), resistência ao escoamento do aço (fy) e

taxa de armadura de flexão ( $\rho_{avg}$ ). A taxa de armadura considerada correspondeu apenas à região que passa pelo pilar. A variável de saída é a resistência à punção da laje ( $P_u$ ).

## 4.2 Análise exploratória dos dados

A análise exploratória é a análise detalhada das características presentes em um conjunto de dados que permite a descoberta de padrões e tendências. Assim, uma grande quantidade de informações pode ser extraída de um conjunto de dados, de modo, a auxiliar no entendimento do problema e modelar a solução de maneira mais eficiente. Muitas dessas características são obtidas através do estudo estatístico descritivo (média, mediana e moda) e induzidas por meio da observação do conjunto e representações visuais como gráficos em forma de histograma, dispersão ou boxplot.

A análise exploratória iniciou-se pela descrição dos dados, a plotagem dos gráficos de dispersão de cada variável, bem como a geração de gráficos de boxplot e histograma para verificar a disposição dos dados. Outra análise importante realizada foi a verificação de correlação dos dados, neste caso, optou-se pela análise de correlação de Pearson e Spearman.

É importante frisar que antes das análises de regressão é necessário padronizar ou normalizar os dados, pois estas análises são sensíveis a dimensionalidade dos dados. Desta forma, foi realizado análises de padronização usando o método Z-core da biblioteca sklearn.preprocessing importando o StandardScaler. Já para a verificação de normalização adotou o MinMax e RobustScaler ambos também da biblioteca sklearn.preprocessing. Nas análises foram verificadas qual melhor método correspondia a análise exploratória dos dados, desta forma, adotando-o no modelo de regressão.

## 4.3 Processamento dos dados

### 4.3.1 Análise de Regressão com Aprendizado de Máquina

Nesta pesquisa, foram utilizados os seguintes modelos de regressão linear múltipla: LINEAR, ROBUST, LASSO, RIDGE, ELASTIC NET, POLYNOMIAL, STOCHASTIC GRADIENT DESCENT (SGD), GRADIENT BOOSTING MACHINES (GBM), EXTREME GRADIENT BOOSTING (XGBOOST), RANDOM FOREST (RF), SUPPORT VECTOR REGRESSOR (SVR) E REDES NEURAIS ARTIFICIAIS (RNAs). Os modelos são analisados para verificar qual modelo preditivo melhor se adapta aos dados. Dentre estes, será

escolhido o melhor modelo para comparativo com os métodos de cálculo discutidos no tópico a seguir.

Uma etapa comum no pré-processamento de dados para modelos de ML é o escalonamento de dados. Nos dados de entrada, os parâmetros costumam ter magnitudes e unidades muito diferentes entre si, o que pode levar o modelo a atribuir incorretamente maior importância a variáveis com valores numéricos maiores. Para evitar esse problema, os dados são dimensionados para que as características sejam da mesma ordem de grandeza (com valores próximos de zero, geralmente entre 0 e 1 ou entre -1 e 1). Neste estudo, três métodos de escalonamento da biblioteca Python scikit-learn (sklearn) são aplicados: StandardScaler, RobustScaler e MinMaxScaler. De acordo com a documentação da biblioteca sklearn [46], o StandardScaler transforma os dados através da técnica z-score, definindo média nula e desvio padrão unitário; o RobustScaler dimensiona recursos usando estatísticas robustas para outliers; e MinMaxScaler dimensiona os dados para que os valores estejam sempre entre 0 e 1. Para cada algoritmo de ML, é utilizado o método de dimensionamento que obteve os melhores resultados.

Antes de executar os algoritmos de AM, é comum dividir os dados em conjuntos de treinamento e teste. Dessa forma, os modelos são desenvolvidos com base em uma parte do conjunto de dados (conjunto de treinamento) e testados com os dados restantes (conjunto de teste), para avaliar sua precisão com dados desconhecidos e evitar o overfitting. Para todos os modelos deste estudo, os dados são divididos na proporção 70% treino e 30% teste, que é uma proporção comum utilizada na literatura. A biblioteca para treinar os modelos de regressão foi Train Test Split da sklearn. O escalonamento de dados é executado somente após essa divisão para evitar problemas como vazamento de dados. A técnica de validação repetida é usada para cada algoritmo.

As análises foram realizadas no python adotando as bibliotecas da sklearn para todos os modelos, exceto para a RNAs em que se adotou o Tensorflow/Keras. Os Hiperparâmetros são especificados como parâmetros de entrada. A Tabela 1 apresenta as configurações usadas para cada algoritmo, ajustados por meio de hiperparâmetros com grid search.

O Train Test Split adota o Random State é usado para definir a semente para o gerador aleatório para que possamos garantir que os resultados obtidos possam ser reproduzidos. Devido à natureza da divisão dos dados em treinamento e teste, obterá dados diferentes atribuídos aos dados de treinamento e teste, a menos que possa controlar o fator aleatório. Para isso, informa-se um valor ao randomstate para que seja obtido sempre a mesma divisão. Desta forma, iniciou-se com valor de 42, porém a fim de verificar se o modelo não estava

enviesado para essa distribuição, foi escolhido os 4 melhores modelos e rodados novamente com dois novos Random State, no valor de 0 e 23, respectivamente.

Tabela 1 – Hiperparâmetros adotados em cada modelo

Modelos	Parâmetros
LINEAR	None
ROBUST	base_estimator = LinearRegression, max_trials = 100
LASSO	alpha=0.1, selection=random
RIDGE	alpha = 100, solver = cholesky, tol = 0.0001
ELASTIC NET	alpha=0.1, l1_ratio=0.9, selection=random
POLYNOMINAL	Degree = 3
SGD	n_iter_no_change = 250, penalty = None, eta0 = 0.0001, max_iter = 100000
GB	n_estimators=100
XGBOOST	learning_rate = 0.3, max_depth = 2, n_estimators = 400, reg_alpha = 0.2, reg_lambda = 0.1
RF	Numberofestimators = 100
SVR	kernel = rbf, C = 10000, epsilon = 0.001
RNAS	Number of Hidden layer = 2, number of neurons in each hidder layer = 64-32, activation function = ReLU, optimizer = Adam, learning rate = 0.3, loss function = MSE, epochs = 50 Number of Hidden layer = 2, number of neurons in each hidder layer = 94-94, activation function = ReLU, optimizer = Adam, learning rate = 0.3, loss function = RMSE, epochs = 50

#### 4.3.2 Comparativo dos Métodos de Cálculo e Modelos Preditivos

Os modelos são calculados de acordo com o método de cálculo proposto pelas normas NBR 6118 (2014), ACI 318 (2014) e Eurocode 2 (2004). Com os valores previstos e reais será desenvolvido um gráfico de dispersão para gerar o coeficiente de determinação ( $R^2$ ) e comparar os valores, verificando se os métodos teóricos estão prevendo de forma satisfatória.

Com os modelos calculados, procede-se à comparação das estimativas entre si e em relação aos resultados experimentais. Essa análise é realizada considerando a dispersão dos resultados e examinando a influência dos parâmetros  $f_c$ ,  $d$  e  $\rho$  na relação  $P_u/P_{teo}$ , que corresponde à razão entre a resistência da laje determinada experimentalmente e a prevista

pelos modelos teóricos. Na determinação da resistência calculada da laje (Pteo), não aplica-se nenhum coeficiente de redução da resistência dos materiais ou de aumento da solicitação.

Outra análise fundamental é o coeficiente de determinação múltipla ( $R^2$ ) entre os modelos estudados, pois ela medirá o quanto próximos os dados estão da linha de regressão ajustada. A definição do  $R^2$  é a porcentagem da variação da variável resposta que é explicada por um modelo linear. Em geral, quanto mais próximo de 1,0 o  $R^2$ , melhor o modelo se ajusta aos seus dados. Quanto mais variância for explicada pelo modelo de regressão, mais próximos os pontos de dados estarão em relação à linha de regressão ajustada. Teoricamente, se um modelo pudesse explicar 100% da variância, os valores ajustados seriam sempre iguais aos valores observados e, portanto, todos os pontos de dados cairiam na linha de regressão ajustada. O  $R^2$  não pode determinar se as estimativas e previsões dos coeficientes são tendenciosas, assim, é prudente avaliar também o gráfico de resíduo.

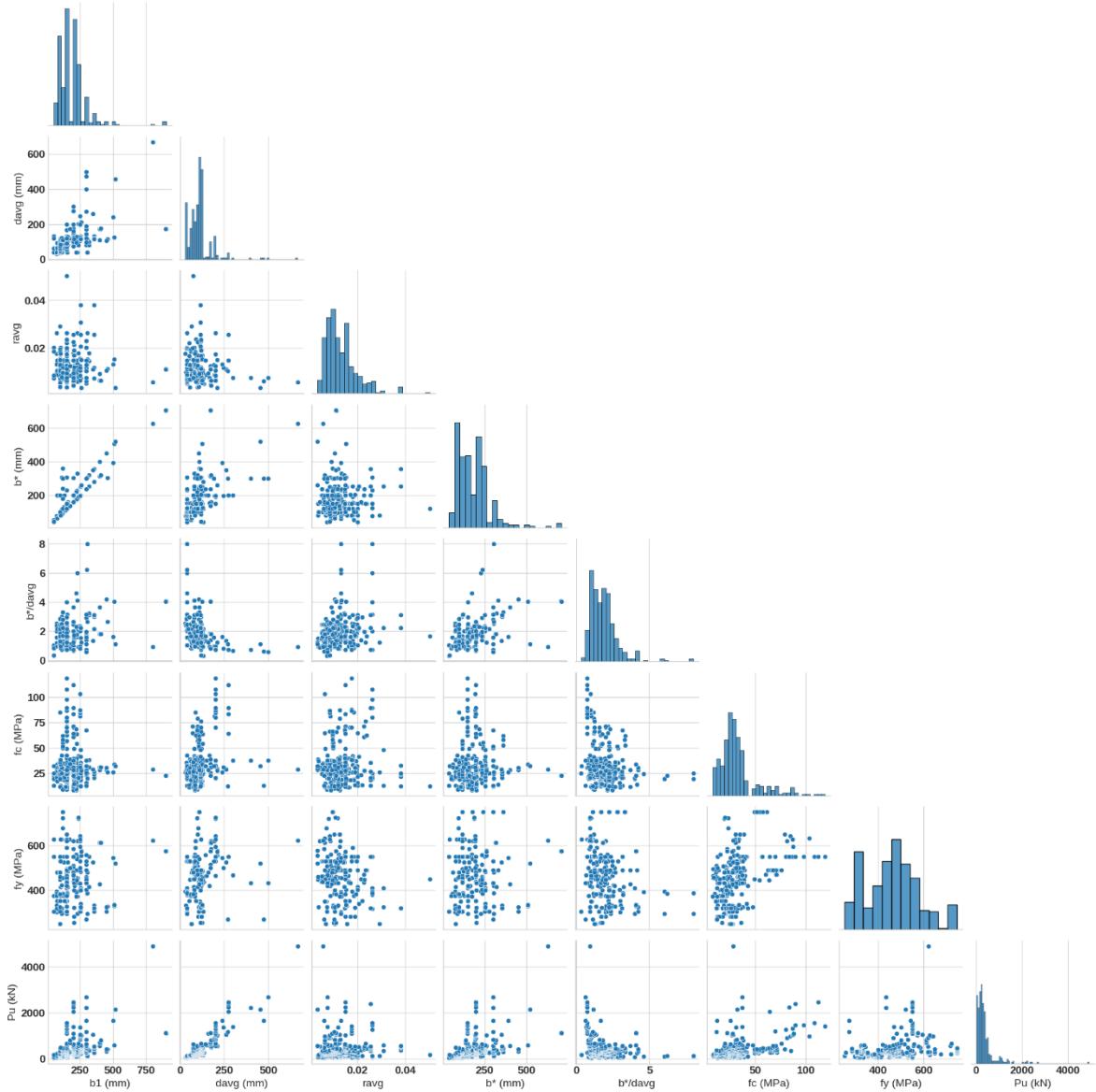
## 5 ANÁLISE DOS RESULTADOS

Neste tópico é apresentado os resultados das análises de regressão utilizando *Machine Learning* (ML), para previsão de resistência à punção de lajes lisas. Os resultados estão divididos em etapas, a primeira consistindo em uma análise exploratória dos dados (EDA); a segunda referente a adoção de 11 modelos de regressão; a terceira extração dos melhores modelos e análise deles variando o randomstate; e por fim, análise do melhor modelo com diminuição dos parâmetros de entrada de acordo com a importância de cada variável. Após esta verificação, foram analisadas a previsão conforme as normas ACI 318 (2019), NBR 6118 (2014) e EUROCODE 2 (2004), e por fim, a comparação delas com o modelo de ML que melhor se adequou ao dataset.

### 5.1 EDA

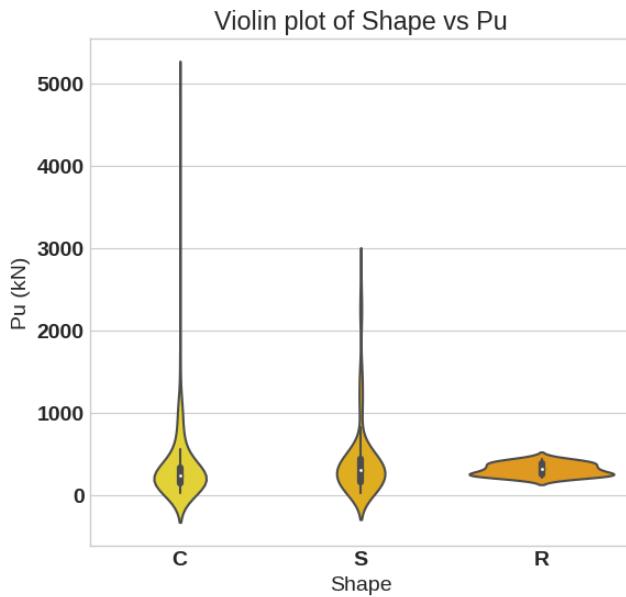
Inicialmente foi gerado um pairplot (ver Figura 15) do conjunto de dados para verificar a forma de distribuição destes. Já é possível com estes gráficos de dispersão e histograma notar outliers no dataset. Observe que a relação resistência à punção experimental ( $P_u$ ) e altura útil ( $d$ ) já possuem uma correlação, verificando que a medida que  $d$  aumenta  $P_u$  também aumenta.

Figura 15 – Pairplot das variáveis.



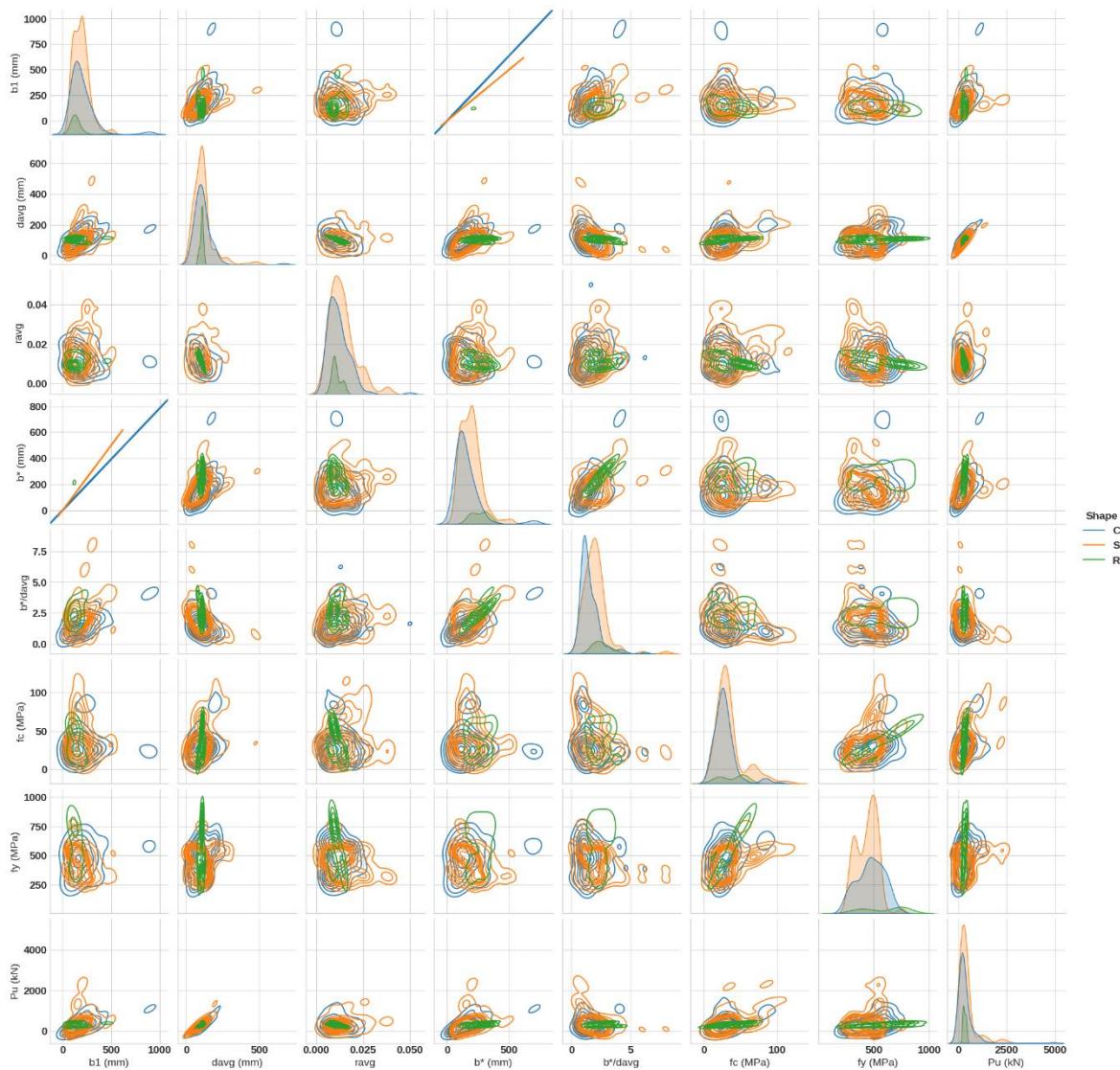
Além das informações do boxplot que o gráfico de violino já traz consigo, existe a exibição da densidade dos dados. A área formada em torno do boxplot representa a distribuição dos dados. Os locais de maior área, existe uma grande concentração de dados, enquanto em locais de menor área existe uma baixa concentração de dados. Assim, podemos notar na Figura 16 que os dados possuem uma maior concentração na resistência à punção ( $P_u$ ) abaixo de 1000 kN e que os dados com valores acima estão sendo tratados como outliers. É possível notar ainda que os dados com pilares retangulares estão mais concentrados, e as demais geometrias seguem um padrão mais próximo de um violino.

Figura 16 –Gráfico violino geometria do pilar x resistência à punção da laje.



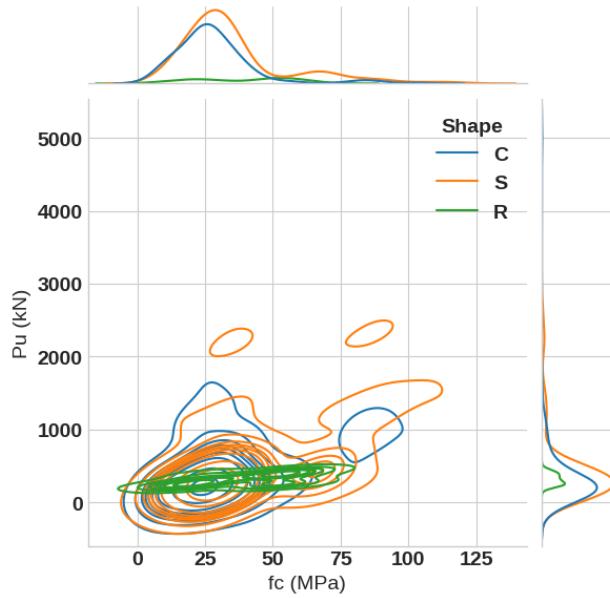
Para explorar de forma detalhada os dados de acordo com a geometria do pilar, verificando sua influência nos dados, foi gerado o gráfico pairplot com a dispersão de acordo com a geometria do pilar, conforme apresentado na Figura 17. Observa-se que os pilares de seção retangular possuem uma melhor distribuição dos dados, possuindo uma densidade mais concentrada e nenhum outlier das variáveis dependentes com a variável independente ( $P_u$ ). Entretanto, conforme pode-se observar também no gráfico de violino, as geometrias circulares e quadradas possuem em sua uma distribuição mais dispersa com a presença de outliers.

Figura 17 –Pairplot das variáveis de acordo com a geometria do pilar.



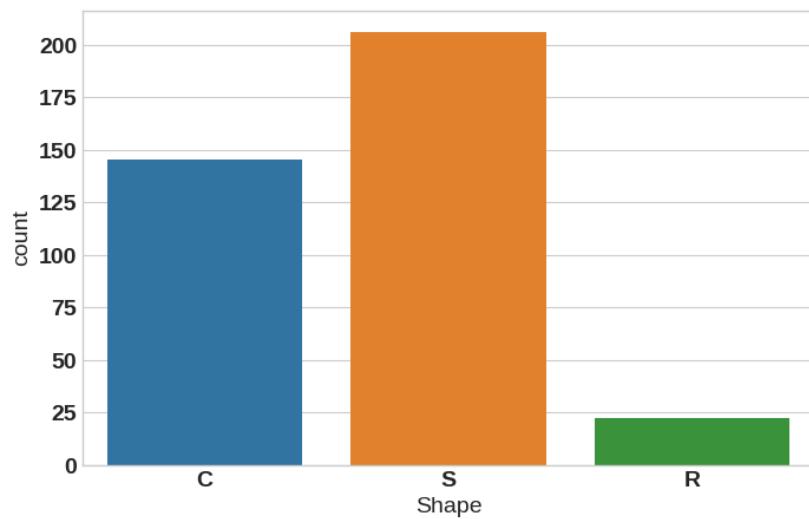
O jointplot é a junção de um gráfico univariado, nesse caso um histograma, e um bivariado, um scatterplot. Para melhor visualização vejamos a Figura 18, representando a relação da  $f_c$  (resistência à compressão do concreto) com  $P_u$  (resistência à punção experimental) através deste tipo de gráfico. Nota-se o que foi informado, ou seja, a presença de outliers e maior densidade na distribuição das geometrias do pilar circular e quadrado. Além disso, é possível observar que pouca influência existe na resistência à compressão do concreto ( $f_c$ ) no aumento da resistência à punção ( $P_u$ ).

Figura 18 –Gráfico joinplot geometria do pilar x resistência à punção da laje.



Como no dataset está presente dados categóricos, se faz necessário a conversão deste. Para isto, adotaremos o one-hot encoding, que irá atribuir valor 0 ou 1, dependendo da presença ou ausência da característica. Neste caso, se a geometria for circular, na que corresponde sua coluna adotará 1 e nas demais 0. A quantidade de pilares de acordo com sua geometria pode ser observada na Figura 19. Assim, é possível verificar que a uma pequena quantidade de dados para pilares retangulares, comparada aos demais.

Figura 19 –Contagem de pilares de acordo com sua geometria.



Além disso foi adicionado uma coluna com perímetro do pilar (C), calculado pelas equações de perímetro correspondente a sua geometria, devido ser um parâmetro influente nas

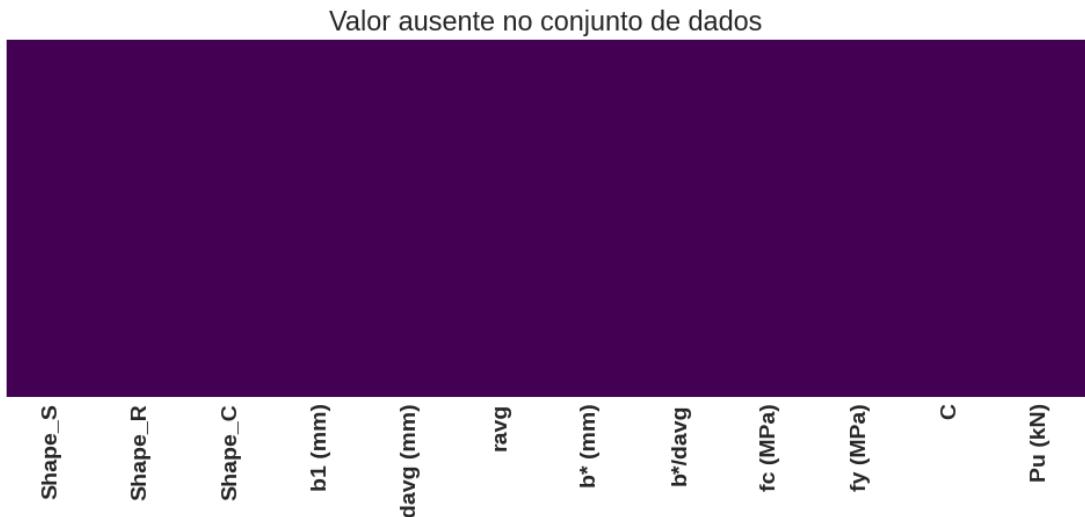
normas. A Tabela 2 apresenta as estatísticas descritivas do conjunto de dados após esse tratamento.

Tabela 2 – Descrição do conjunto de dados

	Shape_S	Shape_R	Shape_C	b1 (mm)	davg (mm)	ravg	b* (mm)	b*/davg	fc (MPa)	f <sub>y</sub> (MPa)	C	P <sub>u</sub> (kN)
count	373.000000	373.000000	373.000000	373.000000	373.000000	373.000000	373.000000	373.000000	373.000000	373.000000	373.000000	373.000000
mean	0.552279	0.058981	0.388740	190.809651	110.733858	0.012984	180.945954	1.844894	32.803304	461.788204	696.400202	384.302949
std	0.497927	0.235906	0.488119	109.579419	66.503567	0.006500	97.252714	0.976712	18.620875	117.664667	383.255554	458.864432
min	0.000000	0.000000	0.000000	51.000000	29.972000	0.003252	39.898227	0.306909	8.662000	250.000000	160.221225	24.000000
25%	0.000000	0.000000	0.000000	120.000000	76.200000	0.008445	109.955743	1.178097	22.135000	376.000000	439.822972	165.000000
50%	1.000000	0.000000	0.000000	152.000000	107.000000	0.011749	159.592907	1.698113	28.050000	465.000000	608.000000	265.000000
75%	1.000000	0.000000	1.000000	229.000000	121.558210	0.015192	225.000000	2.222222	35.850000	530.000000	812.000000	405.000000
max	1.000000	1.000000	1.000000	901.000000	668.500000	0.050105	707.643745	8.000000	118.702500	749.000000	2830.574981	4915.000000

Outro ponto importante antes das análises de regressão é verificar se existem no conjunto de dados valores ausentes, pois podem prejudicar a previsão do modelo. Desta forma, foi verificado através de um mapa de calor (heatmap) a inexistência de algum dado no dataset, conforme ilustrado na Figura 20.

Figura 20 –Mapa de calor para valor ausente no conjunto dos dados



De forma análoga, realizou-se um mapa de calor para verificar a correlação das variáveis, através do método de correlação de Pearson e Spearman. Na Figura 21, vemos o mapa de calor pela correlação de Pearson, observa-se que altura útil (davg) possui a maior correlação com a resistência à punção (P<sub>u</sub>), cerca de 91%. Enquanto, a geometria do pilar (Shape\_S, Shape-R, Shape\_C), taxa de armadura (ravg) e o quociente de b\* (largura da seção

de área quadrada equivalente) pela altura útil (davg), possui uma correlação baixa ou negativa.

Figura 21 –Mapa de calor para correlação de Pearson

	Shape_S	Shape_R	Shape_C	b1 (mm)	davg (mm)	ravg	b* (mm)	b*/davg	fc (MPa)	fy (MPa)	C	Pu (kN)
Shape_S	1.00	-0.28	-0.89	-0.02	0.01	0.16	0.09	0.18	0.15	-0.21	0.17	0.09
Shape_R	-0.28	1.00	-0.20	-0.10	-0.02	-0.08	0.21	0.18	0.08	0.28	-0.07	-0.04
Shape_C	-0.89	-0.20	1.00	0.07	0.00	-0.13	-0.19	-0.27	-0.19	0.08	-0.14	-0.07
b1 (mm)	-0.02	-0.10	0.07	1.00	0.49	-0.01	0.90	0.35	-0.07	-0.05	0.97	0.49
davg (mm)	0.01	-0.02	0.00	0.49	1.00	-0.16	0.48	-0.36	0.27	0.14	0.49	0.91
ravg	0.16	-0.08	-0.13	-0.01	-0.16	1.00	0.01	0.19	0.07	-0.18	0.04	0.02
b* (mm)	0.09	0.21	-0.19	0.90	0.48	0.01	1.00	0.46	0.00	0.02	0.94	0.48
b*/davg	0.18	0.18	-0.27	0.35	-0.36	0.19	0.46	1.00	-0.22	-0.13	0.40	-0.23
fc (MPa)	0.15	0.08	-0.19	-0.07	0.27	0.07	0.00	-0.22	1.00	0.40	-0.04	0.42
fy (MPa)	-0.21	0.28	0.08	-0.05	0.14	-0.18	0.02	-0.13	0.40	1.00	-0.10	0.20
C	0.17	-0.07	-0.14	0.97	0.49	0.04	0.94	0.40	-0.04	-0.10	1.00	0.50
Pu (kN)	0.09	-0.04	-0.07	0.49	0.91	0.02	0.48	-0.23	0.42	0.20	0.50	1.00

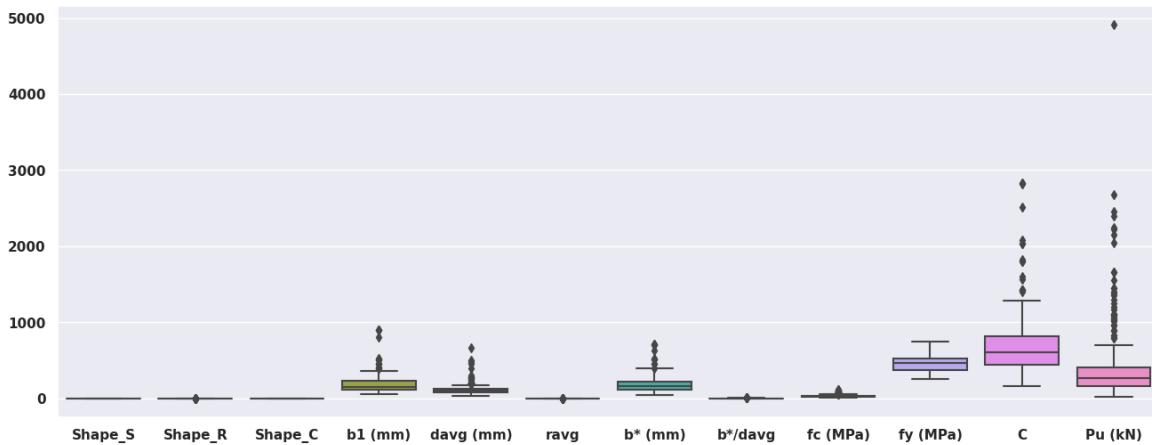
O mesmo ocorre quando realizamos a correlação de Spearman, conforme Figura 22. A altura útil mantém como maior correlação, porém um pouco menor, cerca de 81%. Enquanto, o perímetro do pilar (C) aumenta para 67%.

Figura 22 –Mapa de calor para correlação de Spearman

	Shape_S	Shape_R	Shape_C	b1 (mm)	davg (mm)	ravg	b* (mm)	b*/davg	fc (MPa)	fy (MPa)	C	Pu (kN)
Shape_S	1.00	-0.28	-0.89	0.05	-0.04	0.16	0.18	0.23	0.16	-0.19	0.28	0.10
Shape_R	-0.28	1.00	-0.20	-0.13	0.01	-0.07	0.25	0.24	0.08	0.17	-0.06	0.07
Shape_C	-0.89	-0.20	1.00	0.01	0.04	-0.13	-0.31	-0.35	-0.20	0.11	-0.25	-0.14
b1 (mm)	0.05	-0.13	0.01	1.00	0.57	0.02	0.87	0.27	-0.10	-0.14	0.96	0.63
davg (mm)	-0.04	0.01	0.04	0.57	1.00	-0.27	0.54	-0.43	0.23	0.06	0.55	0.81
ravg	0.16	-0.07	-0.13	0.02	-0.27	1.00	0.00	0.23	-0.02	-0.10	0.03	0.06
b* (mm)	0.18	0.25	-0.31	0.87	0.54	0.00	1.00	0.43	0.01	-0.08	0.93	0.66
b*/davg	0.23	0.24	-0.35	0.27	-0.43	0.23	0.43	1.00	-0.22	-0.15	0.35	-0.19
fc (MPa)	0.16	0.08	-0.20	-0.10	0.23	-0.02	0.01	-0.22	1.00	0.43	-0.03	0.42
fy (MPa)	-0.19	0.17	0.11	-0.14	0.06	-0.10	-0.08	-0.15	0.43	1.00	-0.14	0.21
C	0.28	-0.06	-0.25	0.96	0.55	0.03	0.93	0.35	-0.03	-0.14	1.00	0.67
Pu (kN)	0.10	0.07	-0.14	0.63	0.81	0.06	0.66	-0.19	0.42	0.21	0.67	1.00

Realizando uma verificação em gráfico de caixa (boxplot), pode-se notar os outliers presentes nas variáveis e os dados precisão ser padronizados/normalizados antes de realizar as análises de regressão (ver Figura 23).

Figura 23– Boxplot das variáveis do conjunto de dados



Diante das análises realizadas optou-se por reduzir as variáveis para as que tenham maior correlação com a resistência. Entretanto, embora a taxa de armadura ( $ravg$ ) apresentou uma baixa correlação as normas NBR (2014) e EUROCODE 2 (2004) a adotam em suas equações e alguns autores conceituados na área a consideram importante. Sendo assim, será mantida no conjunto de dados para que possa ser verificado melhor no modelo de regressão a sua importância. Um outro ponto importante é que 44 lajes que não possuíam armadura longitudinal na região do pilar foram excluídas, restando 373 resultados experimentais.

## 5.2 Padronização e normalização

Ao finalizar a análise exploratória dos dados, iniciou-se a verificação dos dados quanto a padronização/normalização. Para isso, foi proposto a análise de dois métodos de normalização e um de padronização. Para a padronização adotou-se o Z-core através da biblioteca sklearn importando o StandardScaler. Já para a normalização foram adotados os métodos MinMax e RobustScaler da mesma biblioteca.

A Figura 24 apresenta o boxplot dos dados filtrados após a EDA, porém ainda não normalizados ou padronizados. Nota-se ainda a presença dos outliers, eles não foram retirados do conjunto dos dados devido a sua natureza e para que possa se verificar após as análises sua influência na previsão dos modelos. O mesmo pode ser notado na Figura 25 no pairplot.

Figura 24– Boxplot após o tratamento do conjunto de dados

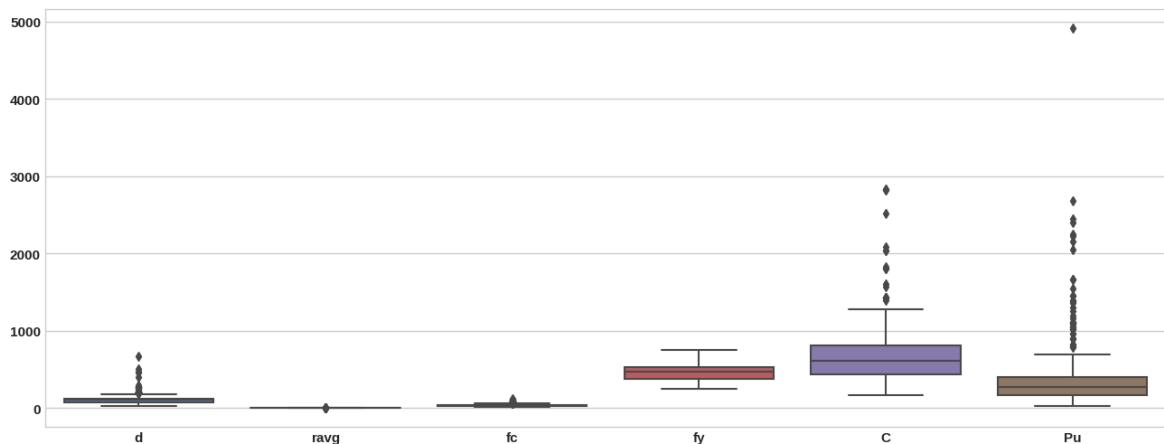


Figura 25– Pairplot do conjunto de dados tratados



A Figura 26 apresenta os dados padronizados, observa-se os boxplot seguem uma harmonia, estando numa mesma escala.

Figura 26– Boxplot pelo StandardScaler.

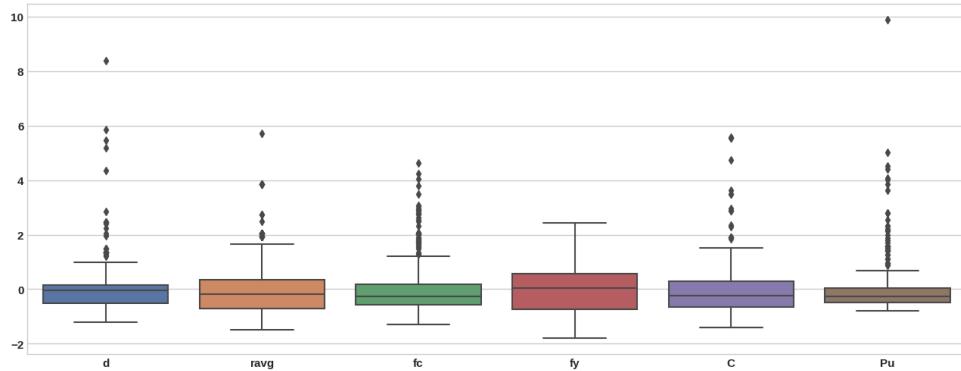


Tabela 3 – Descrição do conjunto de dados padronizados

	d	ravg	fc	fy	c	pu
<b>count</b>	3.730000e+02	3.730000e+02	3.730000e+02	3.730000e+02	373.000000	3.730000e+02
<b>mean</b>	-1.142964e-16	1.428705e-16	1.523952e-16	2.285928e-16	0.000000	-3.809881e-17
<b>std</b>	1.001343e+00	1.001343e+00	1.001343e+00	1.001343e+00	1.001343	1.001343e+00
<b>min</b>	-1.216030e+00	-1.499272e+00	-1.298206e+00	-1.802348e+00	-1.400891	-7.862603e-01
<b>25%</b>	-5.199758e-01	-6.992037e-01	-5.736913e-01	-7.300699e-01	-0.670367	-4.785673e-01
<b>50%</b>	-5.622064e-02	-1.902690e-01	-2.556103e-01	2.733285e-02	-0.230966	-2.603453e-01
<b>75%</b>	1.629821e-01	3.402865e-01	1.638370e-01	5.804922e-01	0.302031	4.516552e-02
<b>max</b>	8.398276e+00	5.719056e+00	4.619255e+00	2.444214e+00	5.576022	9.886978e+00

A Figura 27 apresenta os dados normalizados pelo MinMax, observa-se que os boxplot nos dados padronizados ficaram melhores.

Figura 27– Boxplot pelo MinMax.

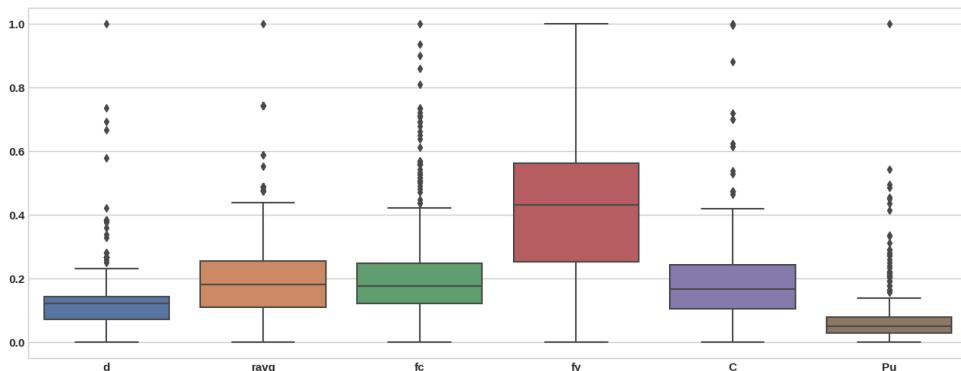


Tabela 4 – Descrição do conjunto de dados normalizados pelo MinMax

	<b>d</b>	<b>ravg</b>	<b>fc</b>	<b>fy</b>	<b>c</b>	<b>pu</b>
<b>count</b>	373.000000	373.000000	373.000000	373.000000	373.000000	373.000000
<b>mean</b>	0.126481	0.207704	0.219386	0.424425	0.200789	0.073667
<b>std</b>	0.104151	0.138722	0.169218	0.235801	0.143522	0.093818
<b>min</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
<b>25%</b>	0.072398	0.110838	0.122437	0.252505	0.104706	0.028828
<b>50%</b>	0.120634	0.181344	0.176190	0.430862	0.167685	0.049274
<b>75%</b>	0.143433	0.254846	0.247073	0.561122	0.244080	0.077898
<b>max</b>	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000

A Figura 28 apresenta os dados normalizados pelo RobustScaler, observa-se que os boxplot apresentaram uma melhor representação também comparada ao MinMax. Desta forma, optar pelo StandardScaler ou RobustScaler nos modelos de regressão será a melhor consideração.

Figura 28– Boxplot pelo RobustScaler

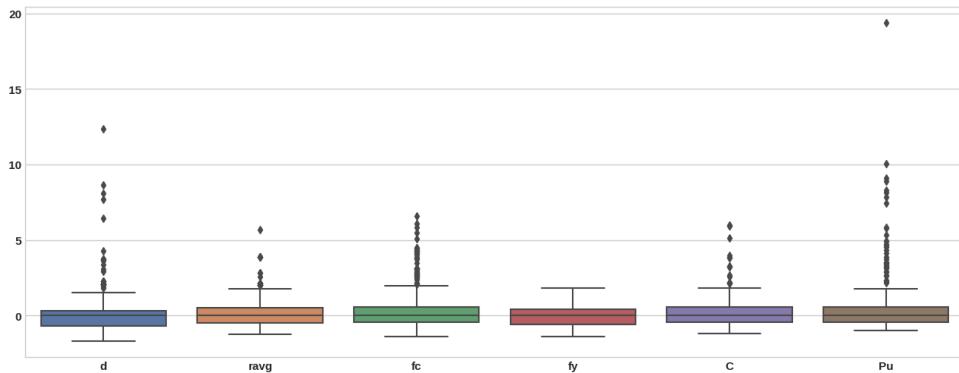


Tabela 5 – Descrição do conjunto de dados normalizados pelo RobustScaler

	<b>d</b>	<b>ravg</b>	<b>fc</b>	<b>fy</b>	<b>c</b>	<b>pu</b>
<b>count</b>	373.000000	373.000000	373.000000	373.000000	373.000000	373.000000
<b>mean</b>	0.082319	0.183041	0.346577	-0.020856	0.237522	0.497096
<b>std</b>	1.466186	0.963302	1.357701	0.764056	1.029767	1.911935
<b>min</b>	-1.698215	-1.259274	-1.413635	-1.396104	-1.203134	-1.004167
<b>25%</b>	-0.679039	-0.489600	-0.431280	-0.577922	-0.451874	-0.416667
<b>50%</b>	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
<b>75%</b>	0.320961	0.510400	0.568720	0.422078	0.548126	0.583333
<b>max</b>	12.379236	5.684830	6.609734	1.844156	5.971822	19.375000

### 5.3 Análise dos modelos de regressão

Este tópico tratará dos modelos de regressão analisados neste estudo, são ao todo 14 modelos considerados para verificar qual melhor se ajusta ao conjunto de dados coletados. Ele está dividido em uma análise inicial com todos os modelos de regressão, após será realizado uma análise variando o Random state para verificar se o modelo está enviesado e evitar o overfitting. Por fim, será realizado a análise da influência das variáveis independentes na previsão dos resultados, excluindo algumas variáveis preditoras baseado nos modelos normativos, em especial o ACI 318 (2014) que considera apenas a resistência do concreto ( $f_c$ ), perímetro do pilar ( $C$ ) e altura útil em seus cálculos.

#### 5.3.1 Regressão com RandomState 42

No primeiro momento foi analisado o modelo utilizando a biblioteca `sklearn`, `train_test_split`, adotando 30% teste e 70% traino, e um `randomstate` de 42. A padronização pelo `StandardScaler` foi adotada para os dados.

O modelo de regressão linear obteve uma intercepção 387,8007 e coeficientes de acordo com apresentado na Tabela 6.

Tabela 6–Coeficientes do modelo de regressão

Parâmetros	Coeficientes
d (altura útil)	415,5381
p (taxa de armadura)	69,6375
C (perímetro do pilar)	35,6913
$f_c$ (resistência à compressão do concreto)	69,1340
$f_y$ (tensão de escoamento do aço)	24,4885

Na tabela 7 e Figura 29 é apresentado os valores obtidos da métricas de desempenho do modelo de regressão linear. Observa-se que o coeficiente de determinação ( $R^2$ ) para teste e traino obteve um valor de aproximadamente 0,85 e 0,90, respectivamente. Assim, este modelo possui

Tabela 7–Métricas de Avaliação para o modelo de regressão

	Test set	Train set
MAE	109,9151	103,5331
MSE	24276,15	23903,8871
RMSE	155,8081	154,6088
R <sup>2</sup>	0,8547	0,8953

Figura 29– Modelo de regressão linear múltipla

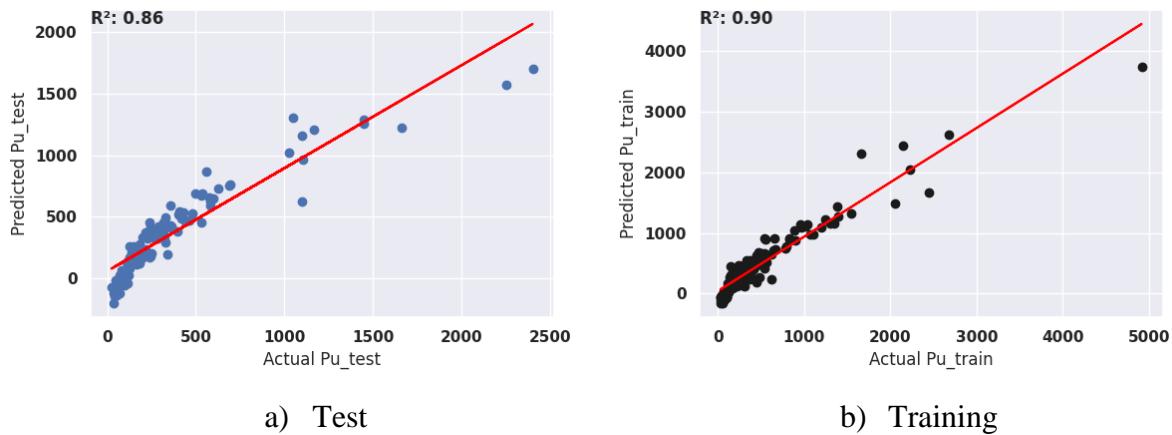
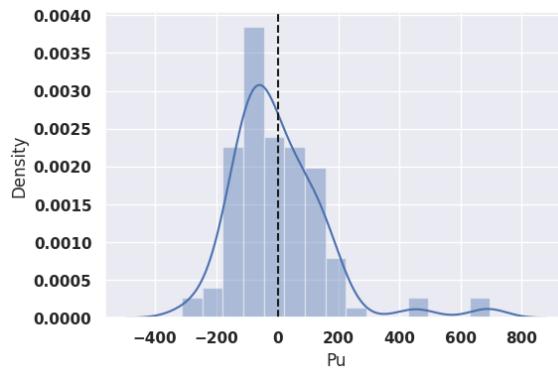
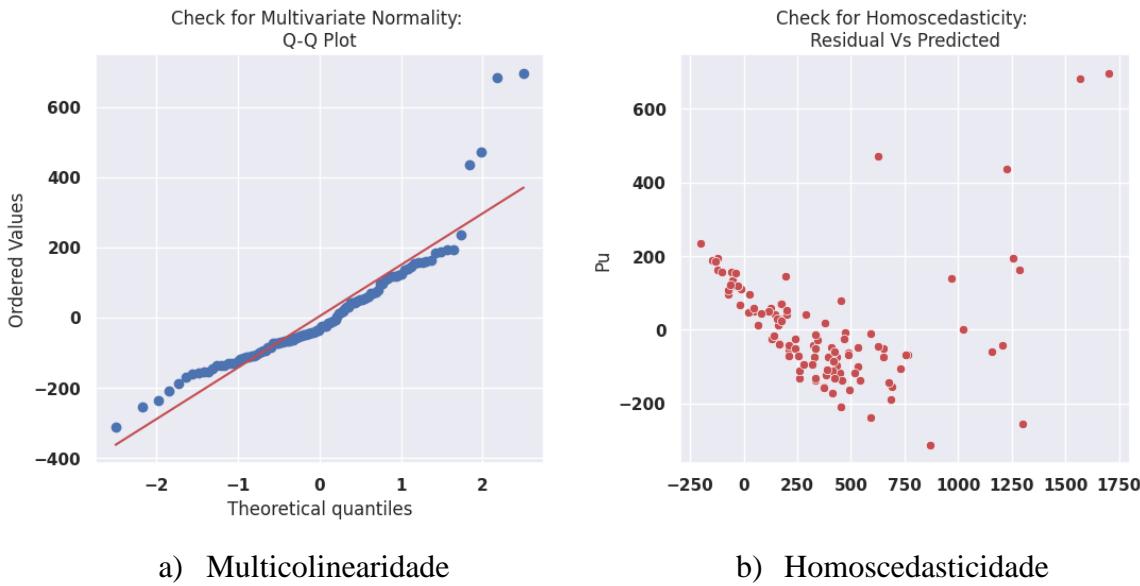


Figura 30– Erro valores



A multicolinearidade (VIF) é de 6,8840, acima de 5, indicando multicolinearidade.

Figura 31– Modelo de regressão linear múltipla



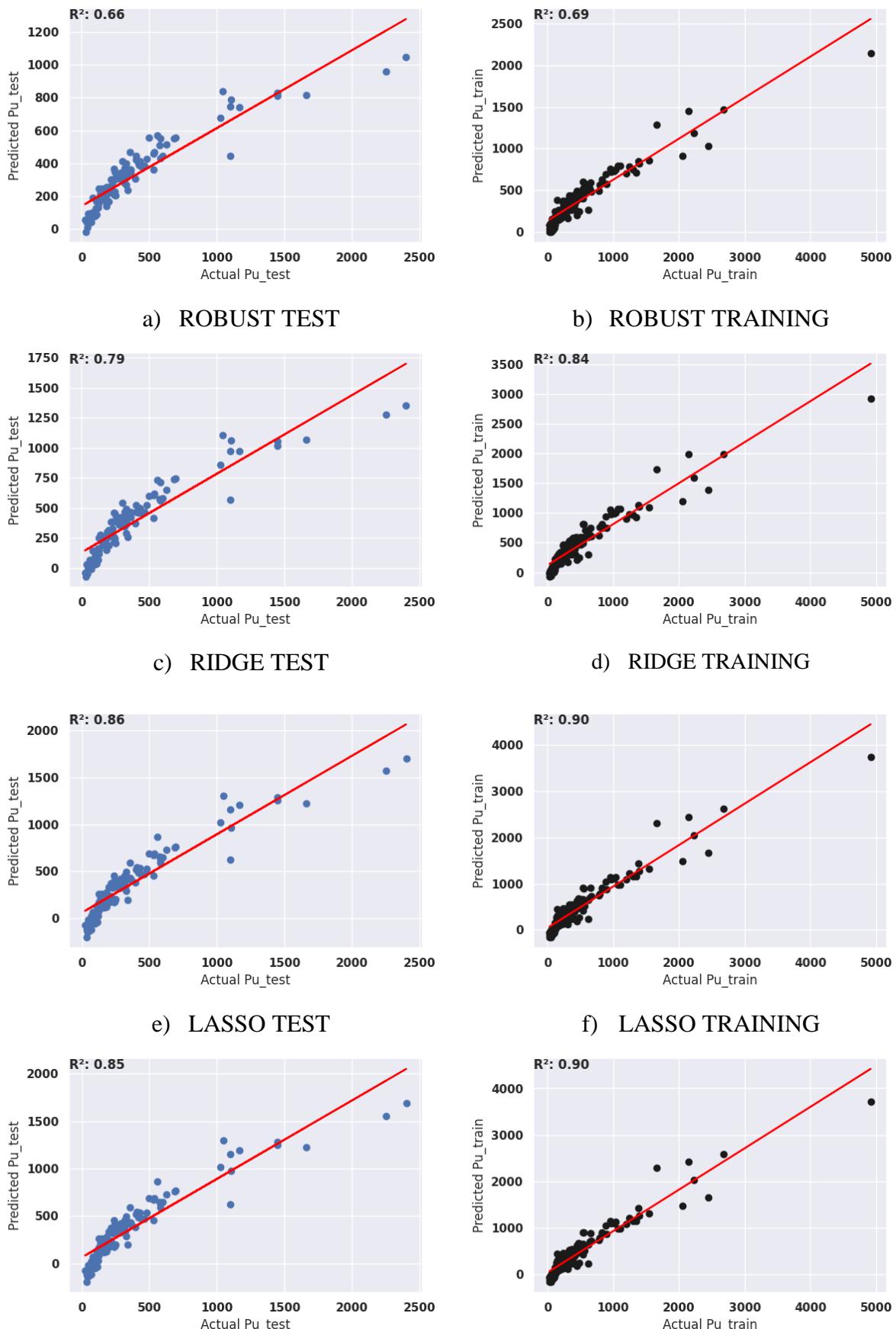
A Figura 32 apresenta a métrica  $R^2$  para os modelos de regressão. Constatase que o modelo ROBUST para teste e traino obteve um valor de aproximadamente 0,66 e 0,69, respectivamente. Assim, este modelo foi o que apresentou menor desempenho comparado aos demais. Os modelos LASSO, ELASTIC NET, SGD e GB obtiveram valores de  $R^2$  semelhantes para teste e traino aproximadamente 0,85 e 0,90, respectivamente.

Em relação ao modelo de regressão POLINOMIAL o coeficiente de determinação ( $R^2$ ) para teste e traino obteve um valor de aproximadamente 0,93 e 0,98, respectivamente. Já os modelos ensemble XGBOOST e RF obteram valores altos de coeficiente de determinação, para o XGBOOST foram 0,92 para teste e 1,00 para treino. Já o RF obteve 0,92 e 0,98, para teste e treino, respectivamente.

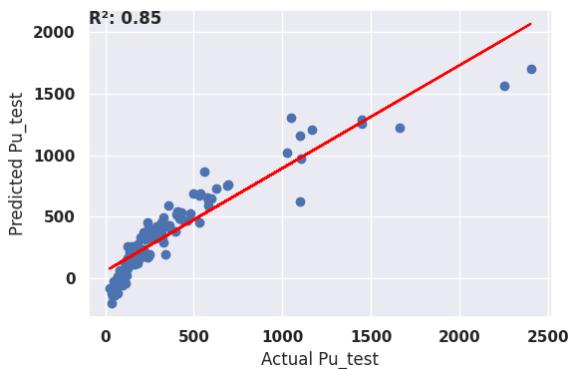
O modelo baseado em hiperplano SVM apresentou valores também elevados de  $R^2$ , sendo 0,92 para teste e 0,99 para treino. Se utilizarmos o SVM combinando com o modelo ensemble XGBOOST o modelo apresenta melhorias na previsão. O coeficiente de determinação ( $R^2$ ) para teste e traino apresenta valores de aproximadamente 0,95 e 1,00.

O modelo de redes neurais foi realizado utilizando o otimizador Adam, learning rate de 0,3, ativação pelo Relu, e duas camadas de 64 e 32 no primeiro teste e depois duas camadas de 94. O primeiro teste adotou o parâmetro loss MSE e o outro RMSE. Como pode ser observado o modelo de RNA 64-32 e RNA 94-94 apresentou valores semelhantes de  $R^2$ , sendo 0,91 para teste e 0,96 para treino do modelo RNA 64-32 e 0,91 para teste e 0,95 para treino do modelo RNA 94-94.

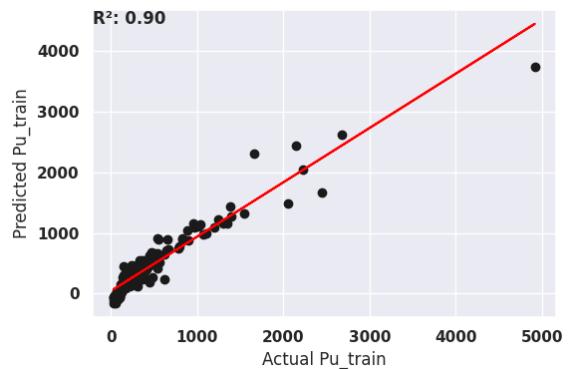
Figura 32– Modelos de regressão



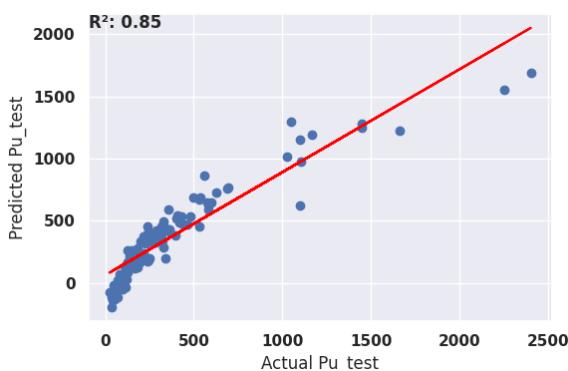
g) ELASTIC NET TEST



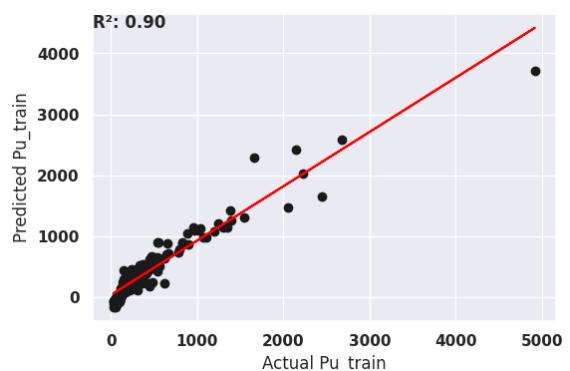
h) ELASTIC NET TRAINING



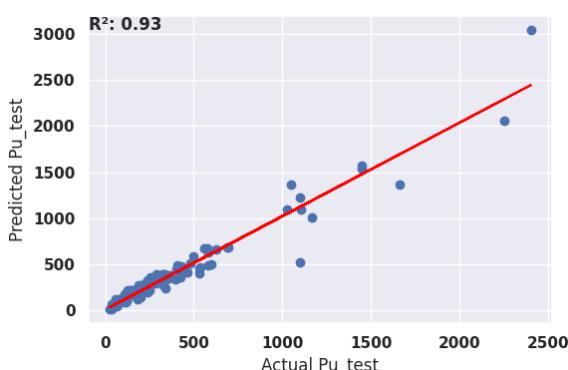
i) SGD TEST



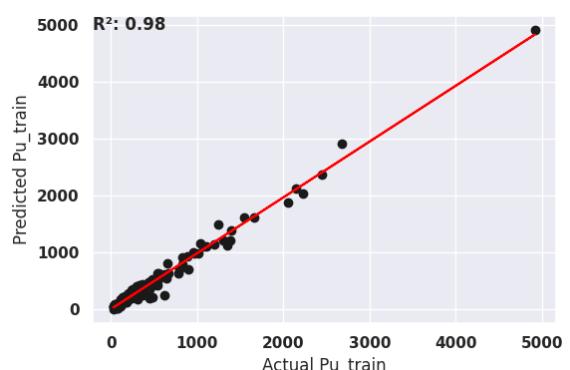
j) SGD TRAIN



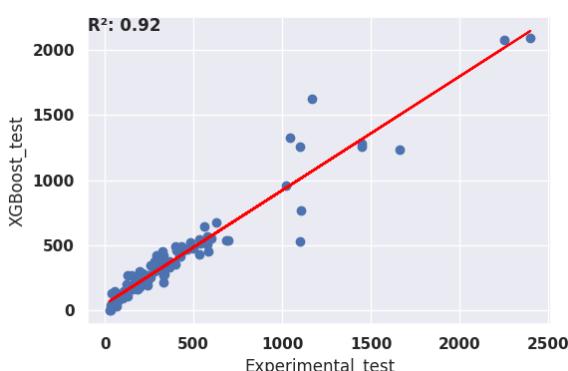
k) GB TEST



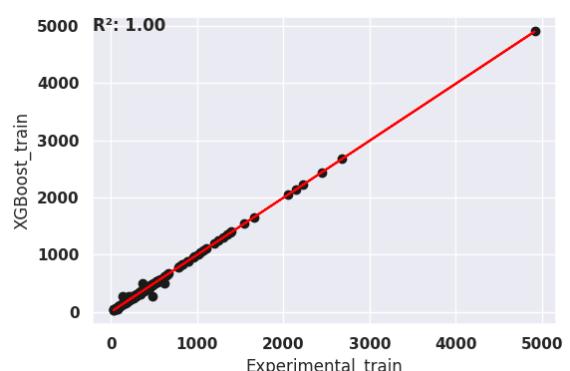
l) GB TRAINING



m) POLINOMIAL TEST

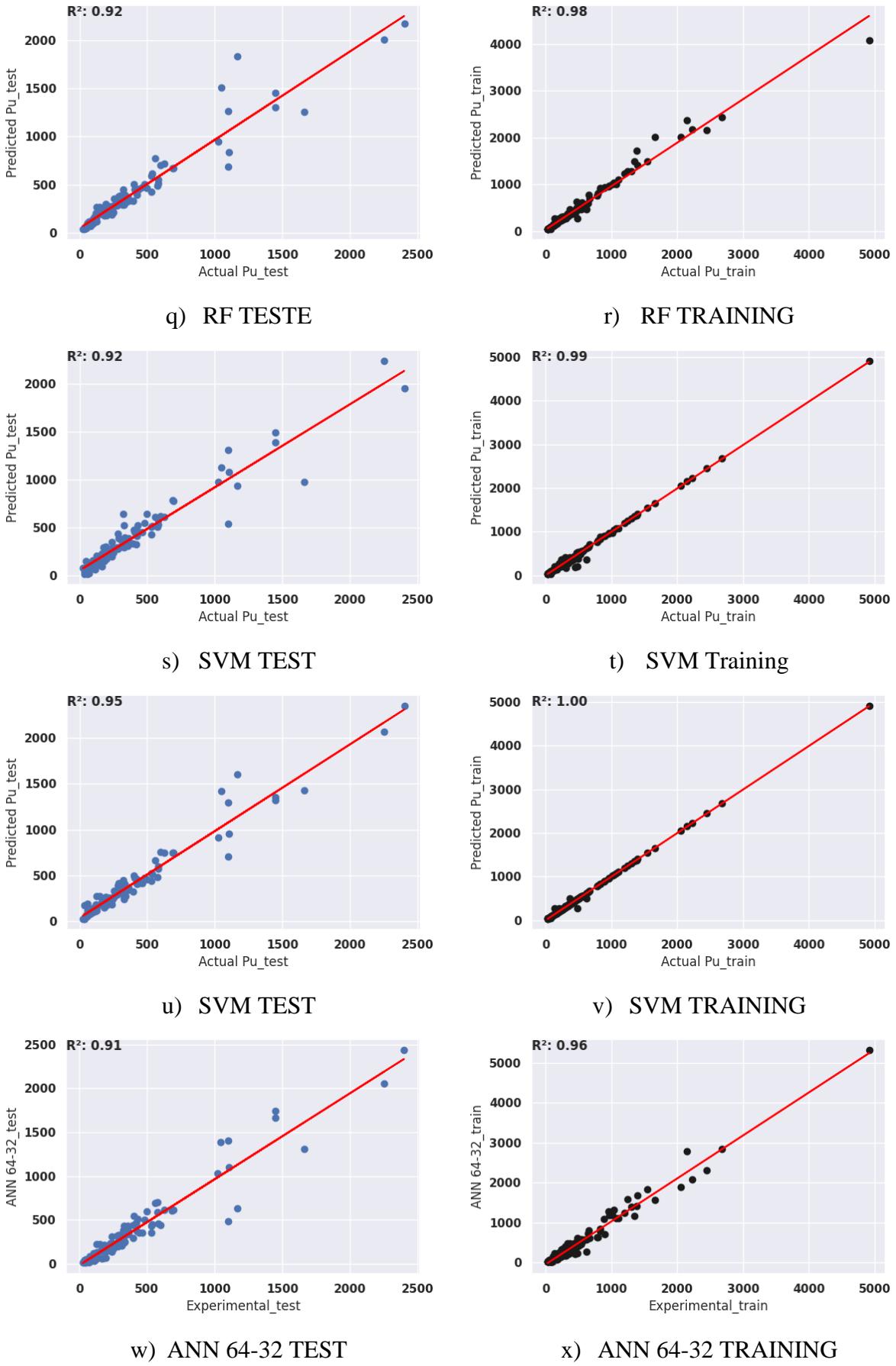


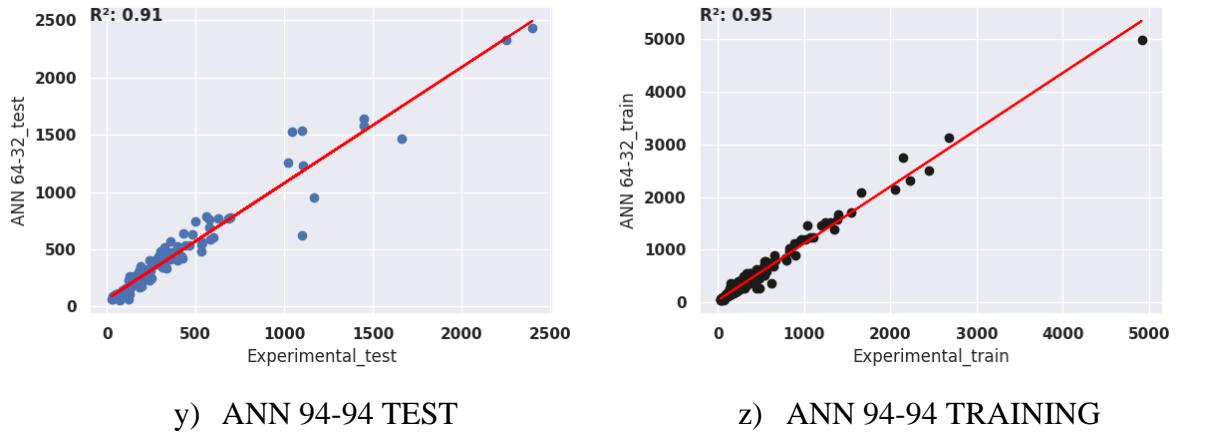
n) POLINOMIAL TRAINING



o) XGBOOST TEST

p) XGBOOST TRAINING

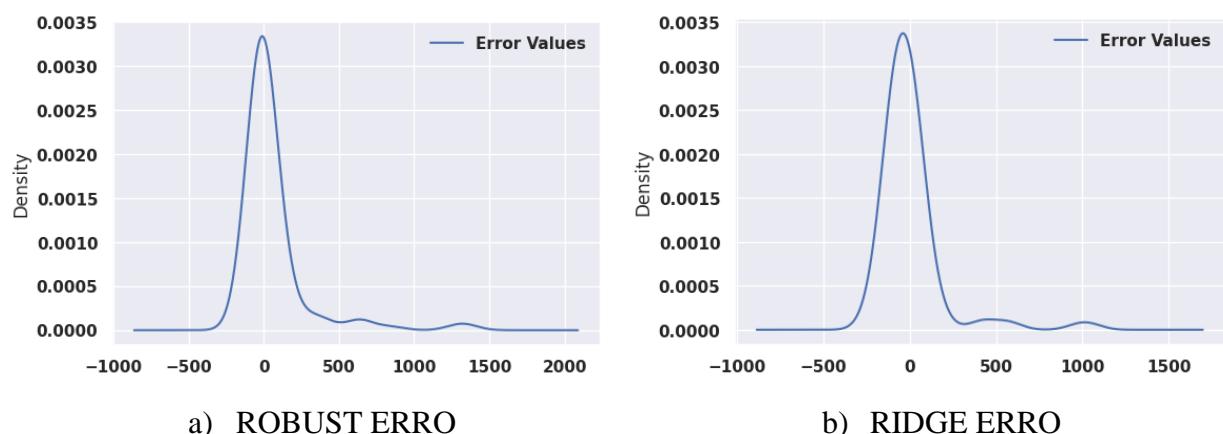


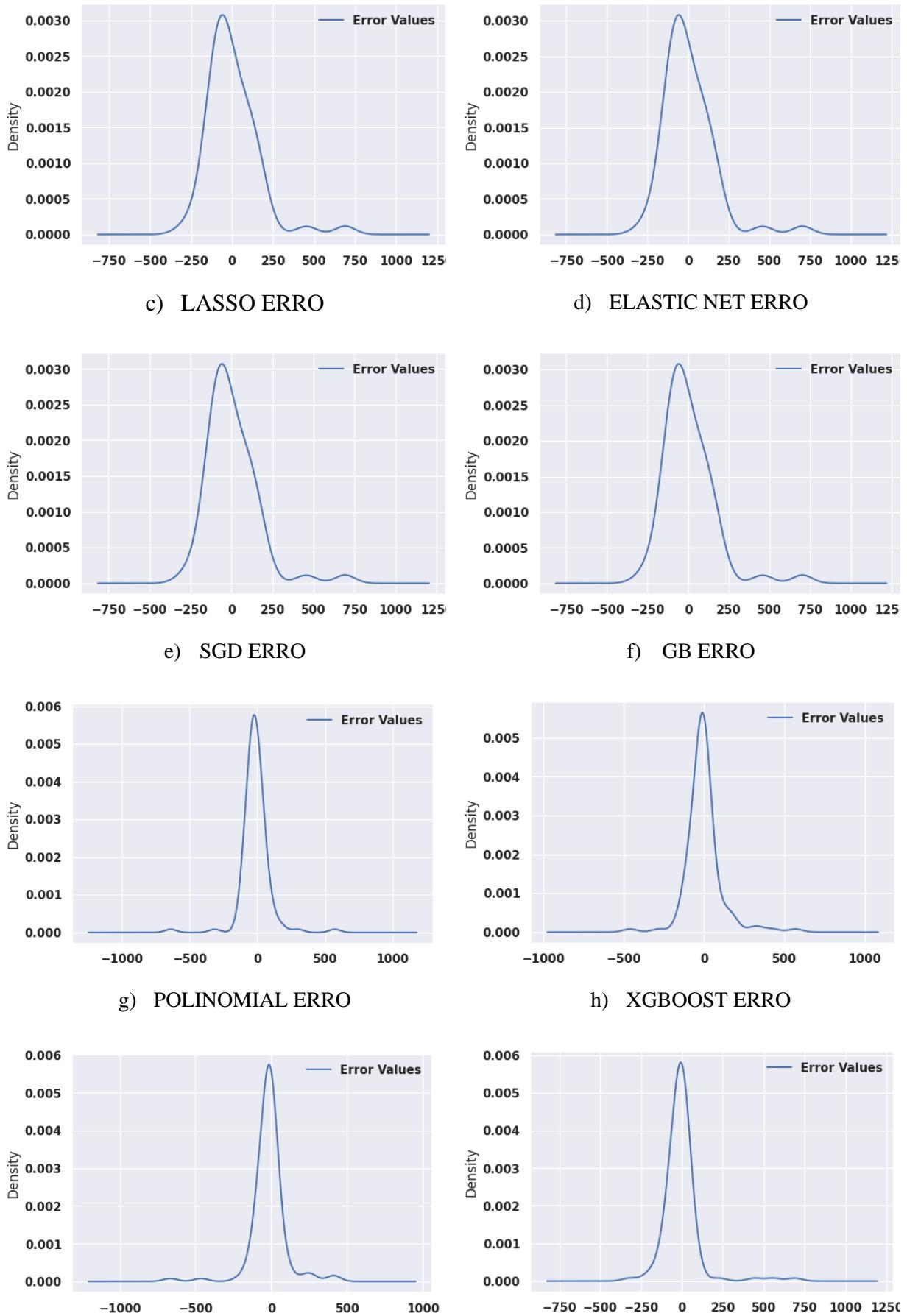


O histograma residual pode ser usado para determinar se a variância é normalmente distribuída ou não. A suposição de normalidade provavelmente será válida se o histograma em forma de sino for simétrico e uniformemente distribuído em torno de zero.

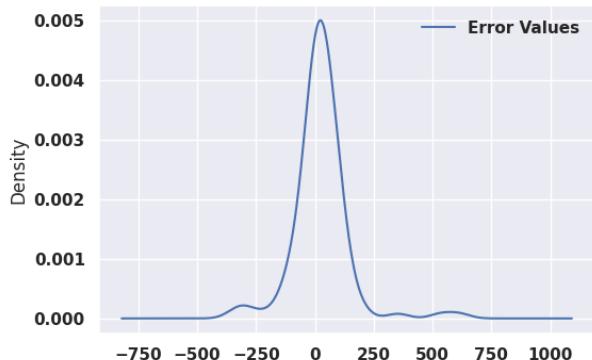
A Figura 33 representa o histograma dos resíduos com uma curva de densidade de probabilidade contínua dos resíduos. Levando em consideração as informações da figura anterior e da seguinte, que avalia a normalidade da distribuição residual, revela que todos os erros de previsão dos regressores apresentam uma distribuição normal, com a maioria dos resíduos medidos em relação à sua densidade tendo o potencial de assumir a forma de um sino. É possível notar também a presença de alguns outliers na distribuição dos resíduos, observando a flutuação da linha dos valores do erro.

Figura 33– Erro valores

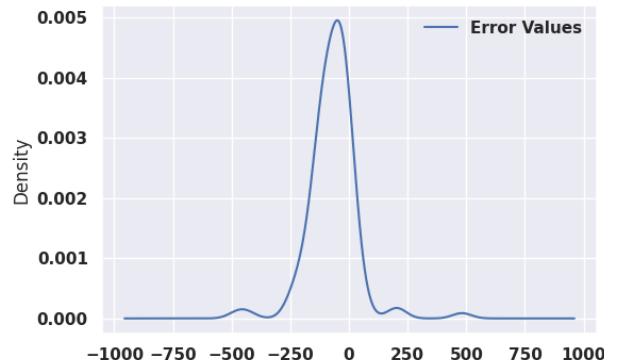




i) RF ERRO



j) SVM ERRO



k) ANN 64-32

l) ANN 94-94

Na Tabela 8 é apresentado as métricas de avaliação de desempenho dos modelos de regressão. Para ambos as métricas quanto menor seus valores melhores é o desempenho do modelo. Isso indica que o modelo está fazendo previsões mais precisas.

O MAE mede a média das diferenças absolutas entre os valores reais e as previsões do modelo. Neste caso, pode-se verificar que o modelo com menor Erro Médio Absoluto é o SVM com valor de 58,68 para teste e 16,61 para treino, seguido do POLINOMIAL com valor de 60,87 para teste e 43,25 para treino. Já o com valor mais alto é o GB, possuindo valores de 111,21 para teste e 102,19 para treino.

O MSE mede a média das diferenças quadráticas entre os valores reais e as previsões do modelo. É mais sensível a erros grandes, pois os erros são elevados ao quadrado. Isso significa que erros maiores contribuirão muito mais para o valor do MSE do que erros menores. O menor valor de Erro Quadrático Médio é o modelo POLINOMIAL, com valores 11590,96 para teste, porém para treino foi o modelo XGBOOST com valor de 439,72. E o pior foi o modelo ROBUST com valores de 56825,47 para teste e 69860,63 para treino.

O RMSE é a raiz quadrada do MSE. Ele fornece uma métrica na mesma escala das variáveis dependentes. O modelo com melhor desempenho para teste foi o POLINOMIAL com valor de 107,66 e para treino XGBOOST com valor de 20,97. O modelo ROBUST continua a apresentar o pior desempenho para esta métrica, com valor de 238,38 para teste e 264,31 para treino.

Tabela 8–Métricas de Avaliação para os modelos de regressão

ROBUST			RIDGE			LASSO		
Métricas	Test set	Train set	Métricas	Test set	Train set	Métricas	Test set	Train set
MAE	105,72	100,11	MAE	105,44	92,19	MAE	111,07	102,14
MSE	56825,47	69860,63	MSE	34900,15	36448,54	MSE	24231,16	23318,14
RMSE	238,38	264,31	RMSE	186,82	190,92	RMSE	155,66	152,70
R <sup>2</sup>	0,66	0,69	R <sup>2</sup>	0,79	0,84	R <sup>2</sup>	0,85	0,90
ELASTIC NET			SGB			GB		
Métricas	Test set	Train set	Métricas	Test set	Train set	Métricas	Test set	Train set
MAE	110,62	101,49	MAE	111,21	102,19	MAE	110,62	101,49
MSE	24358,67	23342,19	MSE	24253,26	23321,29	MSE	24358,67	23342,19
RMSE	156,07	152,78	RMSE	155,73	152,71	RMSE	156,07	152,78
R <sup>2</sup>	0,85	0,90	R <sup>2</sup>	0,85	0,90	R <sup>2</sup>	0,85	0,90
XGBOOST			POLINOMIAL			RF		
Métricas	Test set	Train set	Métricas	Test set	Train set	Métricas	Test set	Train set
MAE	64,10	7,94	MAE	60,87	43,25	MAE	63,31	26,89
MSE	12982,31	439,72	MSE	11590,96	4280,51	MSE	13774,01	5377,72
RMSE	113,94	20,97	RMSE	107,66	65,43	RMSE	117,36	73,33
R <sup>2</sup>	0,92	1,00	R <sup>2</sup>	0,93	0,98	R <sup>2</sup>	0,92	0,98
SVM			ANN 64-32			ANN 94-94		
Métricas	Test set	Train set	Métricas	Test set	Train set	Métricas	Test set	Train set
MAE	58,62	16,61	MAE	72,46	66,39	MAE	89,47	78,48
MSE	13254,00	1590,52	MSE	14325,58	9502,89	MSE	15497,00	12552,47
RMSE	115,13	39,88	RMSE	119,69	97,48	RMSE	124,49	112,04
R <sup>2</sup>	0,92	1,00	R <sup>2</sup>	0,91	0,96	R <sup>2</sup>	0,91	0,95

Alguns modelos disponibilizam a informação do grau de importância de cada variável em suas previsões. No caso do LASSO os valores de importância para as variáveis são: d = 408,06, fc = 70,56, ravg = 67,51, C = 46,77, fy = 30,10. Como pode-se notar a altura útil possui maior influência na previsão deste modelo. Já o ELASTIC NET O grau de importância são: d = 402,15, fc = 71,46, ravg = 65,58, C = 49,37, fy = 30,02. O modelo GB considera o grau de importância da seguinte: d = 84%, fc = 3,19%, ravg = 2,69%, C = 5,38%, fy = 4,9%. O XGBOOST considera: d = 90%, fc = 2,49%, ravg = 2,95%, C = 3,07%, fy = 1,63%. E o RF considera: d = 86%, fc = 2,35%, ravg = 3,59%, C = 4,44%, fy = 3,67%. Assim, como é possível observar em todos as técnicas de regressão a variável altura útil (d) é considerada de maior importância em suas previsões.

### 5.3.1.1 Comparação dos modelos

Na Tabela 9 e Figura 34 pode ser visto os modelos adotados e suas métricas no teste. Em relação a validação cruzada (cross-validation) um valor negativo, em geral, não é esperado quando se utiliza validação cruzada em tarefas de aprendizado de máquina. O propósito da validação cruzada é avaliar o desempenho de um modelo em dados de teste, que são diferentes dos dados de treinamento, a fim de verificar sua capacidade de generalização.

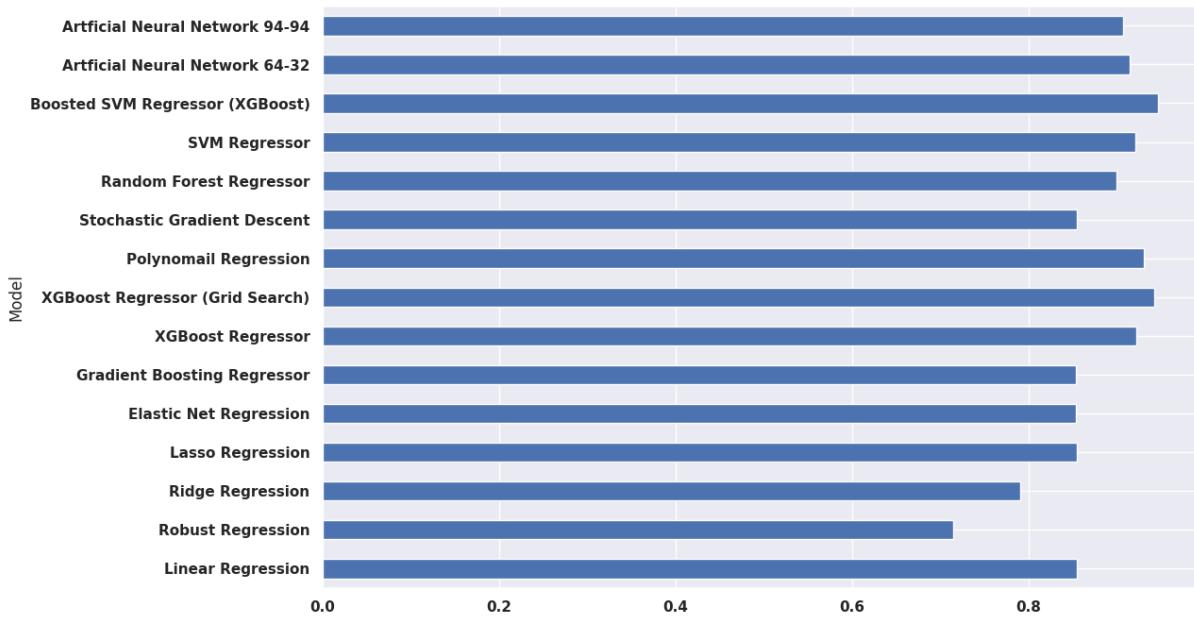
Esse modelo com valores negativos podem indicar que estas técnicas não são adequadas para o conjunto de dados analisados. Podendo ser que o modelo linear não ter funcionado bem para os dados altamente não lineares.

Nota-se que os modelos POLINOMIAL, XGBOOST, RF, SVM e RNA foram os que melhor se destacaram. Desta forma, são os que prosseguiram nas próximas análises.

Tabela 9–Métricas de Avaliação do teste para os modelos de regressão

	Model	MAE	MSE	RMSE	R2 Square	Cross Validation
0	Linear Regression	111.117570	24229.602264	155.658608	0.855014	-66.077668
1	Robust Regression	105.175405	47707.018137	218.419363	0.714529	-25.626576
2	Ridge Regression	105.441906	34900.147300	186.815811	0.791163	-84.827506
3	Lasso Regression	111.074756	24231.150968	155.663583	0.855005	-85.270961
4	Elastic Net Regression	110.621109	24358.674495	156.072658	0.854242	-85.227070
5	Gradient Boosting Regressor	110.621109	24358.674495	156.072658	0.854242	-5.006947
6	XGBoost Regressor	64.100204	12982.314827	113.939962	0.922316	-7.159933
7	XGBoost Regressor (Grid Search)	58.511494	9635.946299	98.162856	0.942340	-4.958600
8	Polynomial Regression	60.871236	11590.957367	107.661309	0.930642	0.000000
9	Stochastic Gradient Descent	111.212292	24253.491449	155.735325	0.854871	0.000000
10	Random Forest Regressor	67.393387	16657.104403	129.062405	0.900327	0.000000
11	SVM Regressor	58.629754	13254.007898	115.126052	0.920690	0.000000
12	Boosted SVM Regressor (XGBoost)	56.656622	8820.823939	93.919242	0.947218	0.000000
13	Artificial Neural Network 64-32	72.458797	14325.585820	119.689539	0.914278	0.000000
14	Artificial Neural Network 94-94	89.473237	15497.007920	124.486979	0.907268	0.000000

Figura 34– Desempenho do R<sup>2</sup> nos modelos de regressão



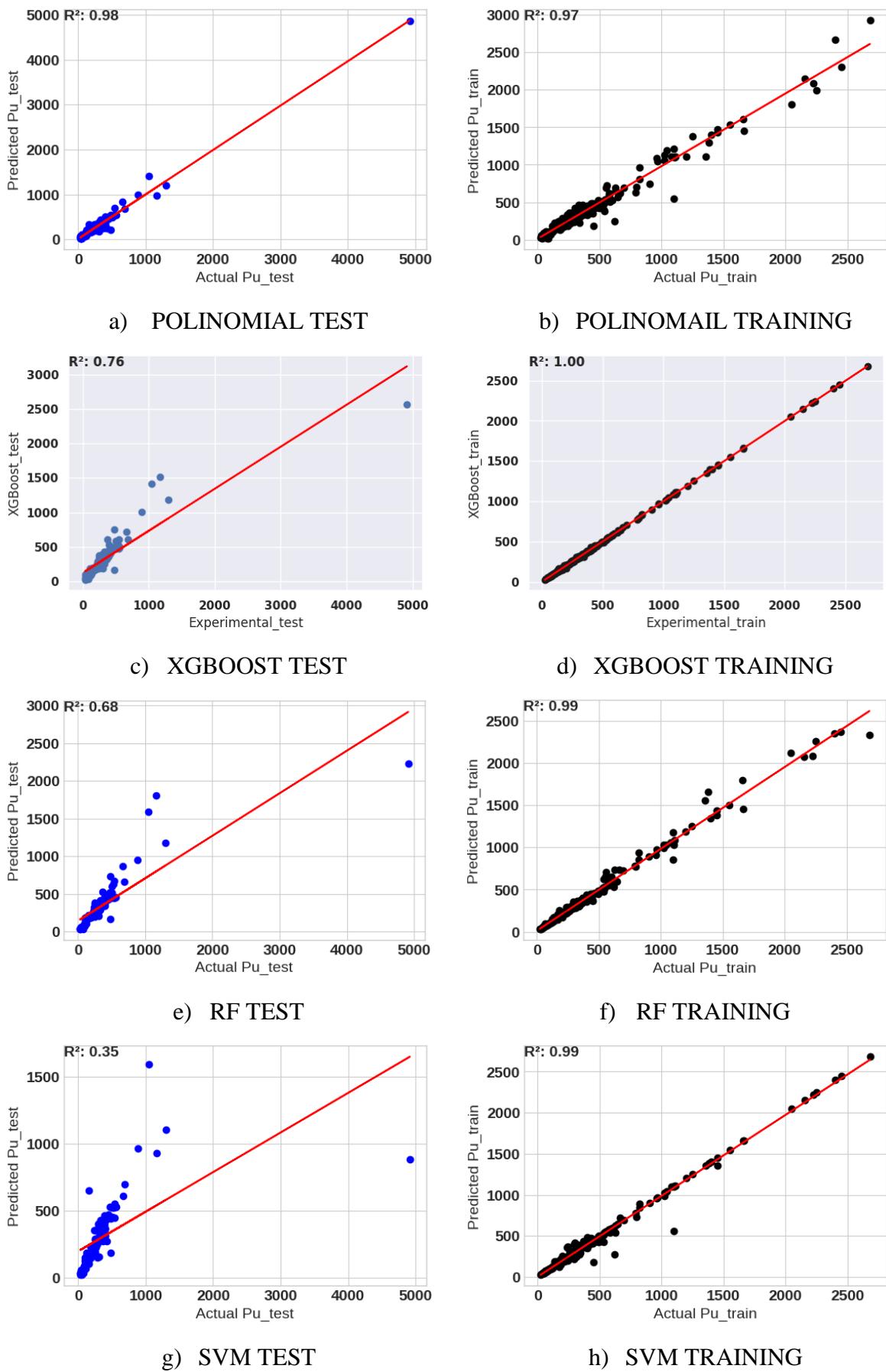
### 5.3.2 Regressão com Random State 0

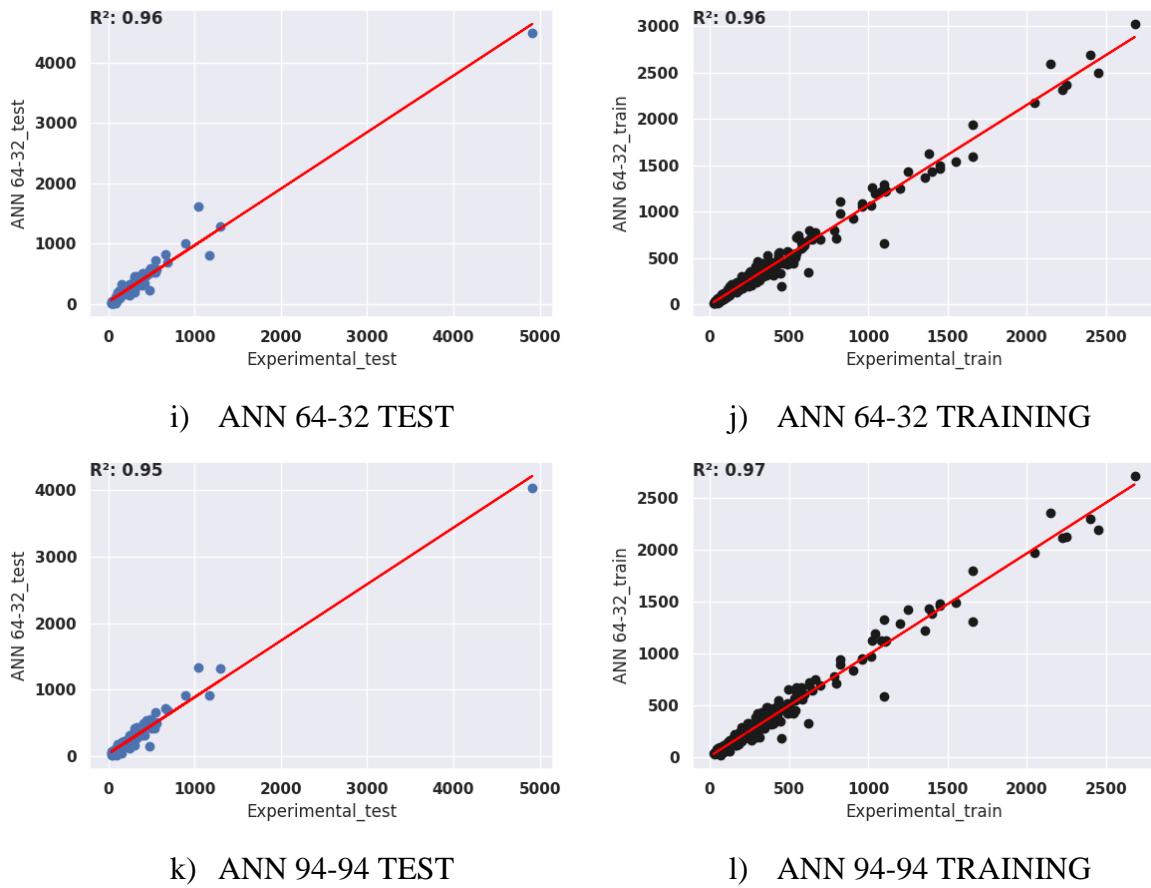
Com as análises realizadas anteriormente foi possível verificar os modelos que melhor se adequam na previsão. Diante disto, foi escolhido os 5 melhores modelos, sendo estes: POLINOMIAL, XGBOOST, RF, SVM e ANN; para que seja analisado alterando o Random State para 0.

O modelo polinomial apresenta uma constância no coeficiente de determinação (R<sup>2</sup>), os valores ficaram próximos da análise utilizando Random state 42, ou seja, 0,93 para teste e 0,98 para treino. Enquanto para um Random state 0 o valor aproximadamente para teste foi de 0,98 e para treino 0,97 (ver Figura 35).

Os modelos XGBOOST, RF e SVM alterando o Random State é possível verificar que não apresentou um R<sup>2</sup> para teste e traino confiável, indicando overfitting. Já os modelos RNA apresentaram resultados satisfatórios, uma constância na previsibilidade.

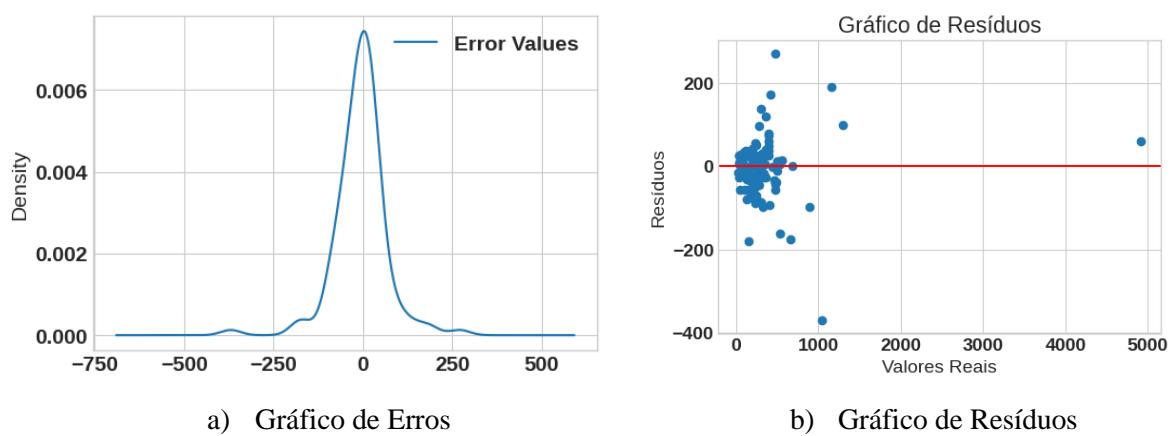
Figura 35– Modelo de regressão com Random state 0.





A Figura 36 apresenta o gráfico de erros e de resíduos. No gráfico de erros e resíduos é possível a presença de alguns outliers. No entanto, não prejudicam de maneira significativa o modelo.

Figura 36– Erro valores e resíduos do modelo polinomial



Na Tabela 10 é apresentando as métricas de avaliação para os modelos com Random state 0. É possível constatar que o modelo POLINOMIAL apresenta as melhores métricas

para o MAE, MSE, RMSE e R<sup>2</sup>. Desta forma, confirma que o modelo é o que apresenta melhor desempenho para o conjunto de dados analisados neste estudo.

Tabela 10–Métricas de Avaliação para os modelos de regressão com Random state 0

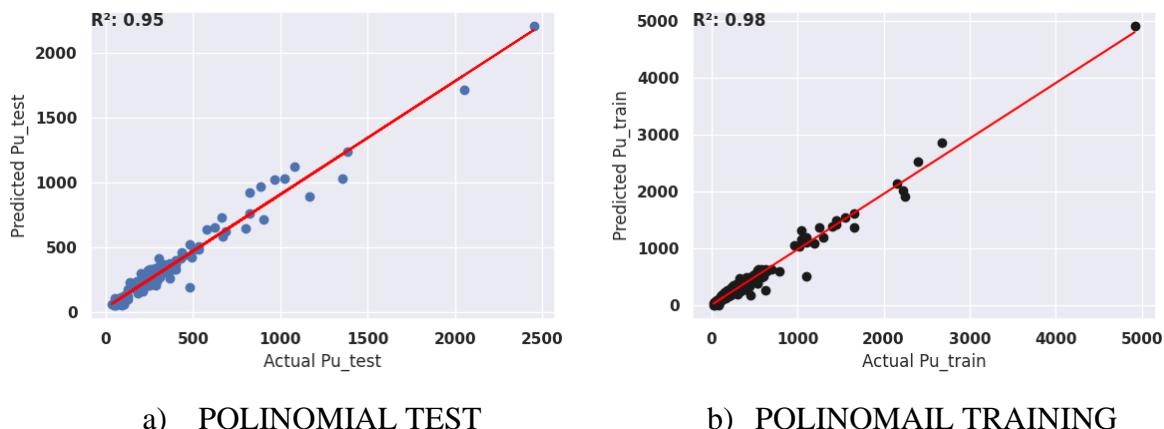
XGBOOST			POLINOMIAL			RF		
Métricas	Test set	Train set	Métricas	Test set	Train set	Métricas	Test set	Train set
MAE	67,02	5,34	MAE	46,51	49,53	MAE	74,44	23,50
MSE	55697,65	62,89	MSE	5218,47	6218,81	MSE	74952,14	2256,41
RMSE	236,00	7,93	RMSE	72,24	78,86	RMSE	273,77	47,50
R <sup>2</sup>	0,76	1,00	R <sup>2</sup>	0,98	0,97	R <sup>2</sup>	0,68	0,99
SVM			ANN 64-32			ANN 94-94		
Métricas	Test set	Train set	Métricas	Test set	Train set	Métricas	Test set	Train set
MAE	82,31	17,68	MAE	56,81	52,62	MAE	53,18	45,23
MSE	153799,86	2605,44	MSE	9552,26	7107,70	MSE	11628,52	5298,20
RMSE	392,17	51,04	RMSE	97,73	84,31	RMSE	107,83	72,79
R <sup>2</sup>	0,35	0,99	R <sup>2</sup>	0,96	0,96	R <sup>2</sup>	0,95	0,97

### 5.3.3 Regressão com Random State 23

Para certificar definitivamente o enviesamento dos modelos e confirmar que o modelo polinomial é o que melhor se adequa aos dados e que as redes neurais apresentaram também bom desempenho, foi realizado uma nova análise alterando o Random State para 23.

O modelo polinomial apresenta uma constância no coeficiente de determinação (R<sup>2</sup>), os valores se mantêm próximos da análise utilizando Random state 42 e 0, ou seja, 0,93 para teste e 0,98 para treino para 42, e 0,98 para teste e 0,97 para treino, respectivamente. Já os valores para Random State 23 sendo 0,95 para teste e 0,98 para treino (ver Figura 37 e Tabela 11).

Figura 37– Modelo de regressão polinomial com Random state 23.



Os demais modelos são apresentados de forma resumida na Tabela 11. Nota-se que o SVM melhora suas previsões com essa divisão dos dados, passando a ter um R<sup>2</sup> de 0,94 e 0,99 para teste e treino. Embora os valores sejam interessantes o modelo não consegui previr bem a aleatoriedade, conforme constado com o Random state 0. Os modelos baseados em redes neurais se mostraram bastante promissores, conseguindo prever bem na aleatoriedade dos dados.

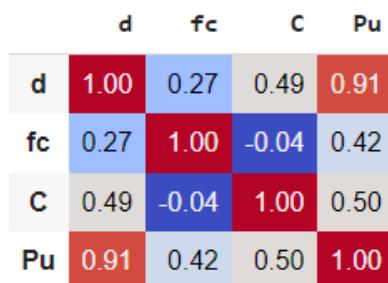
Tabela 11–Métricas de Avaliação para os modelos de regressão com Random state 23

XGBOOST			POLINOMIAL			RF		
Métricas	Test set	Train set	Métricas	Test set	Train set	Métricas	Test set	Train set
MAE	62,98	5,96	MAE	50,05	45,36	MAE	64,81	28,59
MSE	15062,46	79,71	MSE	6428,07	5791,75	MSE	19961,07	6087,26
RMSE	122,73	8,93	RMSE	80,17	76,10	RMSE	141,2836	78,02
R <sup>2</sup>	0,89	1,00	R <sup>2</sup>	0,95	0,98	R <sup>2</sup>	0,86	0,97
SVM			ANN 64-32			ANN 94-94		
Métricas	Test set	Train set	Métricas	Test set	Train set	Métricas	Test set	Train set
MAE	44,91	19,12	MAE	65,77	69,20	MAE	56,32	51,37
MSE	7292,46	2789,97	MSE	10949,54	12991,63	MSE	9636,96	8042,37
RMSE	85,39	52,82	RMSE	104,64	113,98	RMSE	98,17	89,68
R <sup>2</sup>	0,94	0,98	R <sup>2</sup>	0,92	0,95	R <sup>2</sup>	0,93	0,97

#### 5.4 Influência das Variáveis ACI 318

De acordo com a correlação de Pearson as variáveis altura útil(d), resistência do concreto (fc) e perímetro do pilare (C) são as variáveis de maior correlação com a resistência à punção (Pu). Os valores de correlação são apresentados na Figura 38.

Figura 38– Mapa de calor da correlação de Pearson para as variáveis do ACI 318

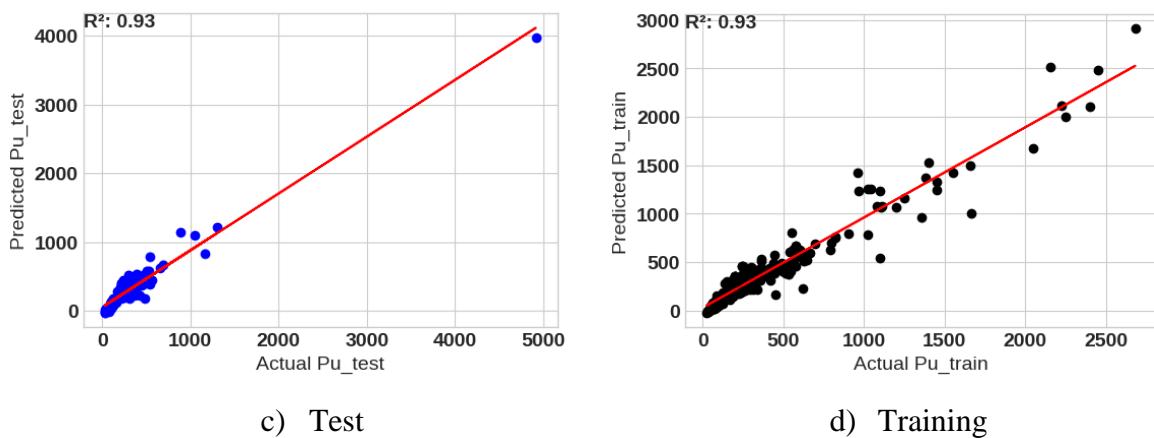


O modelo polinomial apresenta o coeficiente de determinação ( $R^2$ ) para teste e treino com valores de 0,93 conforme apresentado na Tabela 12 e Figura 39. Observa-se que a exclusão das variáveis de taxa de armadura de flexão e tensão de escoamento da armadura possuem pouca influência no modelo, e que a falta de dados destas variáveis não prejudica de forma drástica o modelo, ou seja, com apenas as variáveis de altura útil, perímetro do pilar e resistência à compressão do concreto, é suficiente para realizar uma boa previsão da resistência à punção de lajes lisas. Em muitos casos, coletar as informações para construção de um banco de dados experimental de ensaios de engenharia civil é complicada, pois em muitos estudos os autores não fornecem todas as informações de seus experimentos. Desta forma, os dados acabam sendo descartados das análises. Outro ponto a destacar, é que o estudo demonstra que é possível realizar o dimensionamento de lajes lisas apenas por meio destas variáveis.

Tabela 12–Métricas de Avaliação para o modelo polinomial variáveis ACI

	Test set	Train set
MAE	70,31	74,19
MSE	15980,79	13410,06
RMSE	126,41	115,80
$R^2$	0,93	0,93

Figura 39– Modelo de regressão polinomial variáveis ACI



#### 5.4.1 Influência da variável altura útil

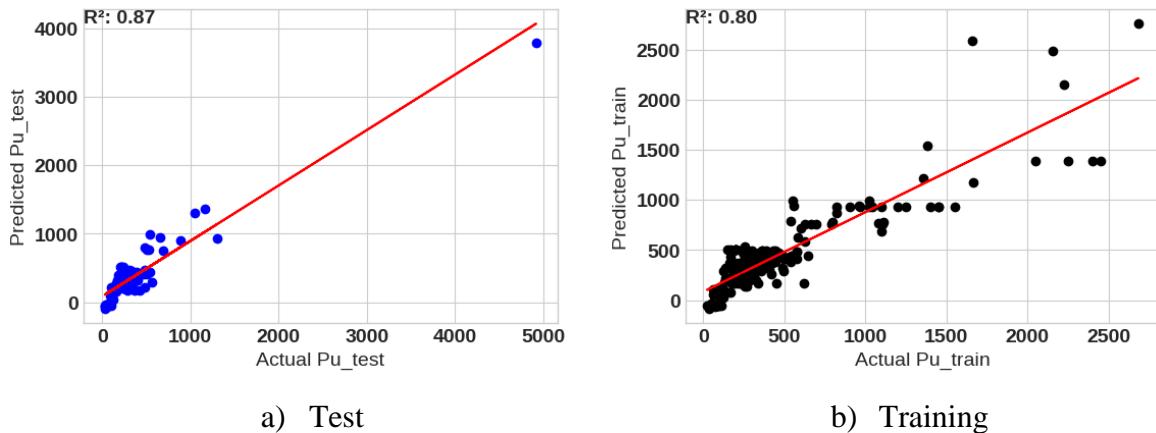
Como pode ser observado nas análises realizadas anteriormente, a altura útil possui maior influência na variável dependente, ou seja, na previsão da resistência à punção de lajes

lisas. Desta forma, optou-se em realizar a previsão somente com essa variável independente no modelo polinomial. Nota-se que esta variável ainda consegue prever boa parte da resistência, possuindo um  $R^2$  de 0,87 e 0,80, para teste e traino, respectivamente (ver Tabela 13 e Figura 40).

Tabela 13–Métricas de Avaliação para o modelo polinomial variável d

	Test set	Train set
MAE	117,71	131,58
MSE	30732,11	40346,43
RMSE	175,30	200,86
$R^2$	0,87	0,80

Figura 40– Modelo de regressão polinomial variável d

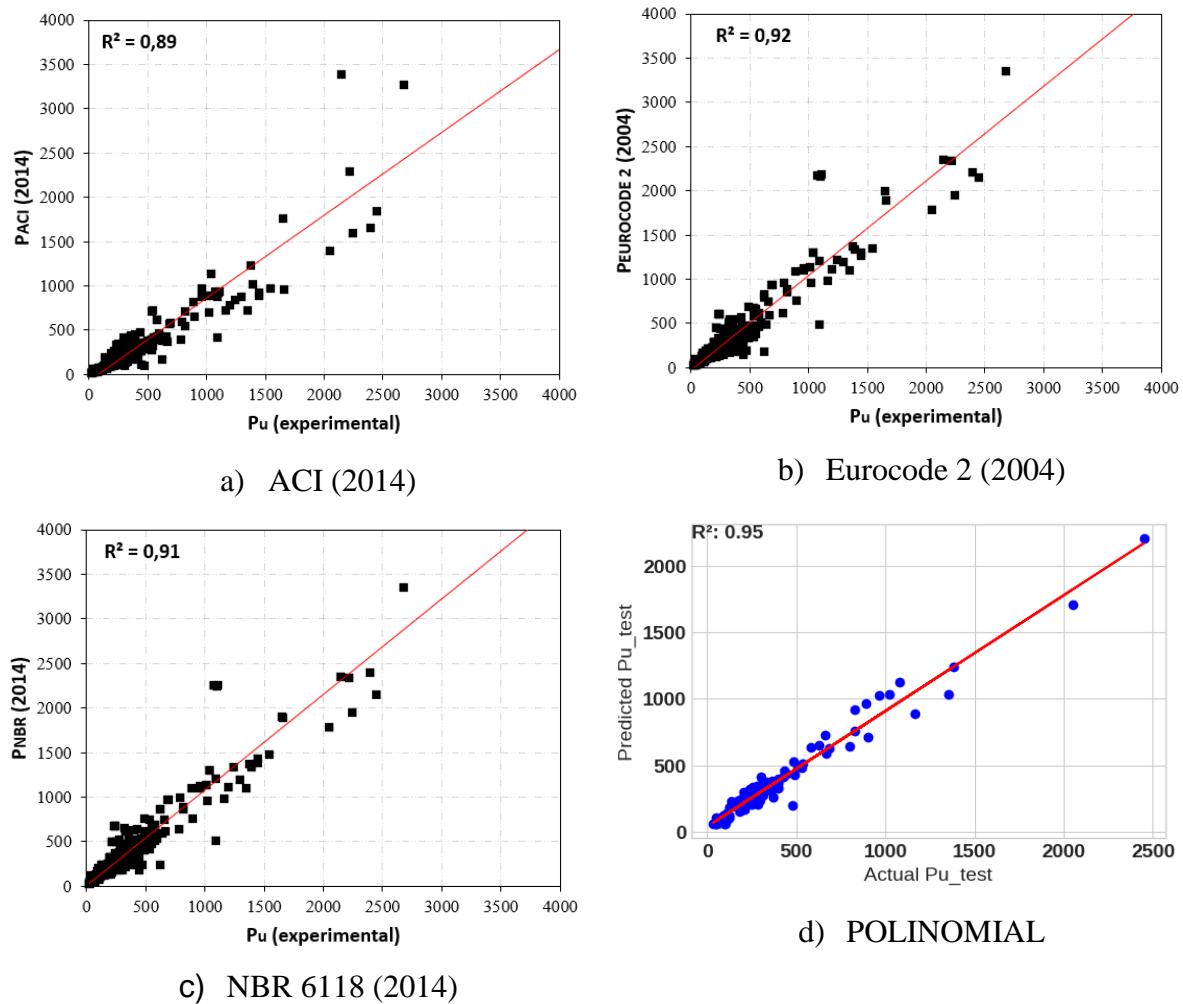


## 5.5 Comparativo normativo e modelo preditivo em ML

A Figura 41 apresenta a distribuição das relações Pu/Pteo e suas respectivas dispersões para as normas ACI 319 (2019), NBR 6118 (2014), EUROCODE 2 (2004) e Modelo Polinomial. Comparando-as com os resultados ideais, devidamente representados pelas retas que sugerem comparativamente a admissão de  $Pu=Pteo$ . Observa-se que o modelo polinomial dentre os Random state analisado o de menor valor foi de 0,95 e esse modelo foi o adotado aqui na análise para efeitos comparativos. Desta forma, é possível notar que o modelo apresentou melhores resultados quando comparado com as normas. A norma ACI 318 (2014) foi a que apresentou menor desempenho, apesar de não considerar alguns parâmetros em sua formulação empírica, talvez a formulação proposta não tenha sido a adequada, visto que o modelo polinomial mesmo com a redução das variáveis conforme a ACI apresentou para o

modelo polinomial um bom desempenho, com  $R^2$  de 0,93 para teste e treino, conforme visto no 5.4.1.

Figura 41– Distribuição das relações experimental pelas normas ACI 318 (2019), NBR 6118 (2014), EUROCODE 2 (2004) e modelo polinomial.



Com este estudo pode-se constatar que a utilização do aprendizado de máquina na engenharia civil pode contribuir significativamente para melhor compreensão dos dados, além de aprimorar os conhecimentos já existentes do assunto. As normas de laje lisa foram desenvolvidas de forma empírica. Neste caso, o AM pode contribuir significativamente para melhoria das previsões normativas.

A consideração do modelo de regressão e seus hiperparâmetros são fundamentais para obter bons resultados, pois a gama de técnicas disponíveis atualmente devem ser exploradas a fim de ser utilizada no conjunto de dados a que melhor se adequa. Como pode ser visto, em muitas técnicas os dados não tiveram boa representatividade, sendo piores em desempenho se

compararmos com as normas. Por outro lado, algumas técnicas apresentaram overfitting, talvez uma análise mais profunda poderia ajudar na compreensão dos dados, tais como a verificação dos outliers e suas remoções, ajustes nos hiperparâmetros, validações cruzada tipo k-fold, entre outros.

## 6 CONCLUSÕES

Buscou-se analisar a precisão de alguns métodos teóricos disponíveis para a estimativa da resistência à punção de lajes lisas de concreto armado sem armadura de cisalhamento. Foram avaliadas as recomendações das normas ACI 318 (2014), EUROCODE 2 (2004), NBR 6118 (2014) e modelo de aprendizado de máquina. As conclusões obtidas são descritas a seguir.

A EUROCODE 2 (2004) dentre as normas foi a que apresentou melhor desempenho. Já o modelo de ML destacou-se o modelo POLINOMIAL, pois representou melhor os dados mesmo alterando o Random State e diminuindo o número de variáveis independentes. Desta forma, é importante destacar, que somente com os parâmetros de altura útil, resistência do concreto à compressão e perímetro do pilar é suficiente para prever bons resultados com o modelo polinomial, o que diminui muito a coleta dos dados experimentais.

Outro ponto que se destaca é a influência da altura útil na previsão dos modelos, somente esta variável possui uma faixa de influência de acordo com os modelos analisados de 87 a 91% na previsão da resistência à punção.

A consideração somente das variáveis independentes, altura útil, resistência do concreto e perímetro do pilar apresentaram para o modelo polinomial um bom desempenho, com  $R^2$  de 0,93 para teste e treino, valores maiores que os obtidos pelas normativas.

Os modelos em RNA também apresentaram bons resultados, podendo serem objetos de aprofundamento em um outro estudo, alterando os hiperparâmetros, números de camadas, entre outros, para verificar o melhor ajuste neste conjunto de dados.

A consideração de modelos de aprendizagem de máquina para melhorar a previsão da resistência à punção em lajes lisas se mostrou interessante e um excelente ponto de discussão, pois pesquisas mais profundas no assunto podem contribuir para melhoramento dos modelos de cálculo já existentes e auxiliar em uma melhor compreensão da influência das variáveis no resultado da resistência à punção das lajes lisas. Esses modelos podem ser extrapolados para outros problemas, envolvendo diversos assuntos da área da engenharia civil.

### 6.1 Sugestões para trabalhos futuros

A pesquisa realizada contribui para a identificação de alguns aspectos relevantes sobre o comportamento à punção de lajes lisas de concreto armado. Para dar continuidade ao estudo

realizado, outras pesquisas podem ser feitas, buscando investigar mais profundamente os aspectos observados. Dentre eles, temos:

- Analisar os outliers com maior rigor para verificar a influência deles nos modelos preditivos, podendo adotar modelos como Holdout, k-fold, Leave-One, Stratified k-fold, Shuffle, entre outros;
- Verificar de forma mais profunda os modelos RNAs que apresentaram bons resultados;
- Propor melhorias nas normas com base nos modelos de aprendizado de máquinas;
- Analisar lajes lisas com armadura de cisalhamento. Verificando como ocorre a ruptura nas diversas regiões e se as normas e modelos de ML conseguem estimar bem essas rupturas;
- Buscar analisar as recomendações normativas da EUROCODE 2 (2010) e NBR 6118 (2014) quanto ao  $V_{máx}$ ;
- Verificar a influência do sizeeffect na resistência à punção em lajes lisas de concreto armado.

## REFERÊNCIAS

- ACI 318 (2014). **Building Code Requirements for Structural Concrete.** American Concrete Institute, Farmington Hills, Michigan.
- AGWU, Okorie Ekwe; AKPABIO, Julius Udooh; DOSUNMU, Adewale. **Modeling the downhole density of drilling muds using multigene genetic programming.** Upstream Oil and Gas Technology, v. 6, p. 100030, 2021.
- ANDRA, H.-P.; MATTHAEI, O. **Effectiveness of punching shear reinforcement a question of rotation capacity.** Trita-BKN. Bulletin, v. 57, p. 163-170, 2000.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TECNICAS NBR 6118 (2014). **Projeto de Estruturas de Concreto – Procedimento.** Rio de Janeiro.
- BAŽANT, Zdeněk P.; CAO, Zhiping. **Size effect in punching shear failure of slabs.** ACI Structural Journal, v. 84, n. 1, p. 44-53, 1987.
- BONIĆ, Z.: **A contribution to the failure calculation theory by punching shear of column footings resting on deformable subgrade soil.** PhD thesis, Faculty of Civil Engineering and Architecture, Niš, Serbia, 2011, p. 182.
- BROMS, C. E., **Concrete Flat Slabs and Footings: Design Method for punching and Detailing for Ductility.** PhD Thesis. Department of Civil and Architectural Engineering, Division of Structural Design and Bridges, Royal Institute of Technology, Stockholm, Sweden, 2005, 114pp.
- CANADIAN STANDARDS ASSOCIATION. **Design of concrete structures.** Mississauga, Ont.: Canadian Standards Association, 2004.
- CHEN, T.; GUESTRIN, C. **XGBoost: a scalable tree boosting system.** In: PROCEEDINGS OF THE 22nd ACM SIGKDD INTERNATIONAL CONFERENCE ON KNOWLEDGE DISCOVERY AND DATA, 22, 2016, San Francisco. Anais [...]. New York, Association for Computing Machinery, 2016.
- COMITÉ EURO-INTERNATIONAL DU BÉTON (1993). **CEB-FIP Model Code 1990.** London, Thomas Telford.
- DOBILAS, Saul. **Support vector regression (SVR)—One of the most flexible yet robust prediction algorithms.** Towards Data Sci., Tech. Rep, 2020.
- EN 1992-1-1/AC (2010). **Corrigendum AC – Eurocode 2:Design of Concrete Structures—Part 1-1: General Rules and Rules for Buildings.** CEN, EN 1992-1-1, Brussels, Belgium.
- EUROPEAN TECHNICAL APPROVAL ETA-12/0454 (2012). **Double Headed Studs as Punching Reinforcement.** Langenfeld, Deutschland.

FENG, De-Cheng et al. **Failure mode classification and bearing capacity prediction for reinforced concrete columns based on ensemble machine learning algorithm.** Advanced Engineering Informatics, v. 45, p. 101126, 2020.

G. James, D. Witten, T. Hastie, and R. Tibshirani, **An Introduction to Statistical Learning: With Applications** In R. New York, NY, USA: Springer-Verlag, 2013. [Online]. Available: <https://www.springer.com/gp/book/9781461471370>

GUANDALINI S, BURDET, O. L. MUTTONI A. (2009). **Symmetrical punching tests on slabs without transverse reinforcement.** ACI Structural Journal.

H. D. Nguyen, G. T. Truong, and M. Shin. **Development of extreme gradient boosting model for prediction of punching shear resistance of r/c interior slabs.** Eng. Struct., vol. 235, pp. 1–14, 2021, <http://dx.doi.org/10.1016/j.engstruct.2021.112067>.

H. Ly, T. Le, H. T. Vu, V. Q. Tran, L. M. Le, and B. T. Pham, **Computational hybrid machine learning based prediction of shear capacity for steel fiber reinforced concrete beams.** Sustainability, vol. 12, no. 7, pp. 1–34, 2020.

HALLGREN, M., KINNUNEN, S., NYLANDER, B.: **Punching shear tests on column footings.** Nordic Concrete Research 21(1), 1998, p.1–24.

HAWKINS, Neil M.; MITCHELL, Denis; HANNA, Samir N. **The effects of shear reinforcement on the reversed cyclic loading behavior of flat plate structures.** Canadian Journal of Civil Engineering, v. 2, n. 4, p. 572-582, 1975.

HASTIE, T.; TIBSHIRANI, R.; FRIEDMAN, J. **An Introduction to Statistical Learning: with applications** in r. 1. ed. Nova Iorque: Springer, 2013.

HOLANDA, Kristiane Mattar Accetti. **Análise dos mecanismos resistentes e das similaridades de efeitos da adição de fibras de aço na resistência e na ductilidade à punção de lajes-cogumelo e ao cisalhamento de vigas de concreto.** 2002. Tese de Doutorado. Universidade de São Paulo.

HUBER, P. J.; RONCHETTI, E. M. **Robust statistics.** 2. ed. [S.l.]: Wiley, 2009. (Wiley Series in Probability and Statistics). ISBN 9780470129906

KEVIN, K. (2000). **Influence of size on punching shear strength of concrete slabs.** Dissertação de Mestrado. McGill University. Montreal.

KIM, Dongil; KANG, Seokho; CHO, Sungzoon. **Expected margin-based pattern selection for support vector machines.** Expert Systems with Applications, v. 139, p. 112865, 2020.

KUERES D., RICKER M., HÄUSLER F., HEGGER J. (2016). **Durchstanztragverhalten von Einzelfundamenten mit einer neuartigen Durchstanzbewehrung.** Beton und Stahlbetonbau, Suisse, 2016, Vol: 111, pp. 355 – 365.

LU, M. Koopialipoor, P. G. Asteris, M. Bahri, and D. J. Armaghani. **A novel feature selection approach based on tree models for evaluating the punching shear capacity of**

**steel fiber-reinforced concrete flat slabs.** Materials, vol. 13, no. 17, pp. 1–20, 2020, <http://dx.doi.org/10.3390/ma13173902>.

MANGALATHU, H. Shin, E. Choi, and J. Jeon, **Explainable machine learning models for punching shear strength estimation of flat slabs without transverse reinforcement.** J. Build. Eng., vol. 39, pp. 1–10, 2021, <http://dx.doi.org/10.1016/j.jobe.2021.102300>.

MECHELLI, Andrea & Vieira, Sandra. **Machine Learning: Methods and Applications to Brain Disorders.** (2019)

MENÉTREY, P. (1996). **Analytical Computation of the Punching Strength of Reinforced Concrete**, ACI Structural Journal, Vol. 93, Detroit, EUA, 1996, p 503-511.

MOE, Johannes. **Shearing strength of reinforced concrete slabs and footings under concentrated loads**. Portland Cement Association, Research and Development Laboratories, 1961.

MOHAMMED, M.; KHAN, M. B.; BASHIER, E. B. M. **Machine learning: algorithms and applications.** [S.l.]: Crc Press, 2016.

OLIVEIRA, P. R. F et al. **Relatório Técnico Sobre o Desabamento da Obra do Shopping Rio Poty.** Relatório Técnico, CREA/PI, Teresina. 2013.

OSHIRO, Thais Mayumi. **Uma abordagem para a construção de uma única árvore a partir de uma Random Forest para classificação de bases de expressão gênica.** 2013. Tese de Doutorado. Universidade de São Paulo.

PASSOS, Luiz Fernando Coelho. **Métodos de regularização no aprendizado de Máquinas: Ridge e LASSO.** 2022.

REGAN, P. E. **Symetric Punching of Reinforced Concrete Slabs.** Magazine of Concrete Research, 1986.

REGAN, P. E. et al. **Tests of reinforced concrete flat slabs.** CIRIA Project Nº. RP 220. Polytechnic of Central London; 1979.

RICHART, F. E., **Reinforced Concrete Wall and Column Footings.** ACI JOURNAL, Proceedings V. 45, Part 1, No. 2, Oct. 1948, pp. 97-127; Part 2, No. 3, Nov. 1948, pp. 237-260.

RONCHETTI, Elvezio M.; HUBER, Peter J. **Robust statistics.** Hoboken, NJ, USA: John Wiley & Sons, 2009.

SAGASETA et al. (2014). **Punching of flat slabs supported on rectangular columns.** Engineering Structures.

SALEH, Haidara; LAYOUS, Jamil. **Machine Learning-Regression.** 2022. Tese de Doutorado. PhD thesis. Jan. 2022. doi: 10.13140/RG.2.2.35768.67842.

SARACOGLU, Ö. Galip. **An artificial neural network approach for the prediction of absorption measurements of an evanescent field fiber sensor.** Sensors, v. 8, n. 3, p. 1585-1594, 2008.

SARKER, I. H. **Machine learning: Algorithms, realworld applications and research directions.** SN Computer Science, Springer, v. 2, n. 3, p. 1–21, 2021.

SHEN, Y.; SUN, J.; LIANG, S. **Interpretable Machine Learning Models for Punching Shear Strength Estimation of FRP Reinforced Concrete Slabs.** Crystals 2022, 12, 259. <https://doi.org/10.3390/crust12020259>

SIMÕES J. T., BUJNAK J., FERNÁNDEZ RUIZ M., MUTTONI A. (2016b). **Punching shear tests on compact footings with uniform soil pressure.** Structural Concrete, Suisse, 2016.

SIMÕES J. T., FARIA D. M. V., FERNÁNDEZ RUIZ M., MUTTONI A. (2016a). **Strength of reinforced concrete footings without transverse reinforcement according to limit analysis.** Engineering structures, UK, 2016, Vol: 112, pp. 146 – 161.

SOUZA, R. A. **Concretoestrutural: análise e dimensionamento de elementos com descontinuidades.** 2004. 442 f. Tese (Doutorado em Engenharia de Estruturas) – Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, São Paulo, 2004.

SUSANTI, Yuliana et al. **M estimation, S estimation, and MM estimation in robust regression.** International Journal of Pure and Applied Mathematics, v. 91, n. 3, p. 349-360, 2014.

TOMASZEWCZ, A. (1993). **High-Strength Concrete. SP2 – Plates and Shells.** Report 2.3 Punching Shear Capacity of Reinforced Concrete Slabs. N° STF70 A93082, SINTEF Structures and Concrete, Trondheim.

VANDERBILT, M. D. (1972). **Shear Strength of Continous Plates.** Journal of the Structural Division, Proceeding of the American Society of Civil Engineers.

VIEIRA, S. LOPES, W. H. MECELLI, P. A. **Chapter 1: Introduction to machine learning.** In.: Mechelli, P. A., VIEIRA, S. Machine learning: methods and applications to brain disorders, 2019. p. 1-20.

WOOD, J. G. M.. Pipers Row Car Park, **Wolverhampton: Quantitative Study of the Causes of the Partial Collapse on 20th March 1997.** Report presented to Structural Studies & Design Ltd, England, 1997.

ZHANG, X. **A Matrix Algebra Approach to Artificial Intelligence.** Cingapura: Springer, 2020. p. 223-440.

ZOU, Hui; HASTIE, Trevor. **Regularization and variable selection via the elastic net.** Journal of the Royal Statistical Society Series B: Statistical Methodology, v. 67, n. 2, p. 301-320, 2005.